

A-II. PROTECCIONES NUMÉRICAS.

Las protecciones o relés numéricos son relés microprocesados que mediante el muestreo varias veces por ciclo de las magnitudes eléctricas medidas, la retención de dichos valores instantáneos (sample & hold o S/H) y su posterior conversión analógica digital (A/D), desarrollan sofisticados algoritmos de protección mediante técnicas numéricas (por ej. calcular fasores de las magnitudes medidas y a partir de ellos desarrollar algoritmos de protección).

Los relés numéricos son un tipo de IED (*Intelligent Electronic Device*). O también puede decirse que las funciones de protección numérica se desarrollan en IEDs.

La alta capacidad y velocidad de procesamiento y memoria que existe en el estado actual de la computación permiten este desarrollo y el muestreo varias veces por ciclo de señales eléctricas de equipos de potencia y sistemas eléctricos de potencia.

Generalmente se usa procesadores especializados en el procesamiento digital de información (DSP o digital signal processor). Las señales se procesan en tiempo real.

Las capacidades de entrada/salida (E/S) y comunicación también crecen, junto con el desarrollo del software de aplicación para gestionar los relés de protección numéricos.

Los avances tecnológicos y aumentos de velocidad y ancho de banda de las comunicaciones, potencian los aumentos en velocidad y capacidad de procesamiento y memoria de las protecciones numéricas.

Se pueden implementar un número muy importante de funciones de protección en un sólo equipo, tanto principales, de respaldo, como auxiliares, de monitoreo, etc. Son sumamente flexibles en el ajuste y configuración y tienen auto-supervisión (self-check).

Cada función es típicamente una rutina o algoritmo computacional.

En la actualidad son protecciones confiables tanto en software como en hardware, siendo tanto o más confiables como relés de otras tecnologías.

Los costos decrecen o al menos los costos se mantienen para un aumento de funcionalidades y prestaciones.

A continuación fotografías de relés numéricos actuales de algunos fabricantes.



1. CARACTERÍSTICAS DE LOS RELÉS NUMÉRICOS.

Los relés numéricos de protección modernos tienen las siguientes funciones, capacidades y características:

- Flexibilidad (muchas de las siguientes características hacen a esta flexibilidad)
- Integración.
 - Varias funciones de protección – relés multifunción (detectar y despejar las faltas y condiciones anormales predefinidas),
 - funciones principales y de respaldo (e incluso de monitoreo)
 - amplios rangos de ajuste
 - Puede integrar funciones de control y monitoreo
 - Múltiples grupos de ajustes (seleccionables o conmutables por hardware y software)
 - Lógicas y configuraciones lógicas definidas por el usuario (tanto de protección como de control)
 - Cada magnitud se mide una vez y la utilizan varias funciones de protección
 - A veces funciones de mando y control (protección y control integrado, *protection and automation*, sobre todo muy difundido en MT)
 - No son necesarios TIs auxiliares (las correcciones de amplitud, defasaje y filtrado de armónicos se realizan en el propio relé)
 - Disminución de espacio en los paneles (múltiples funciones, lógicas, etc. en un equipo)
- Protección adaptativa y lógicas adaptativas
- Señalización y alarmas visuales (propias y salidas a otros equipos por protocolos de comunicación y/o cableado)
- Interfase humano-máquina (HMI) en el relé (display y teclado)
- Comunicación para su gestión desde una computadora o notebook (local y a distancia), que son una interfase humano-máquina más amigable y completa
- Localización de faltas (protección de líneas y cables),
- Sincronización horaria (GPS, IRIG-B o IEEE 1588),
- Registro oscilográfico de faltas y condiciones anormales. Consiste en el registro de valores instantáneos de tensiones y corrientes de falta y pre-falta (post-trigger y pre-trigger) durante varios ciclos, de manera de poder analizar luego las formas de onda de lo ocurrido en el sistema de potencia,
- Registro Cronológico de Eventos (RCE), también llamado Sequence of Events (SOE) o Sequence Events Report (SER)
 - de las funciones de protección (arranques, disparos, bloqueos, etc.)
 - de falla o defecto interno
 - otros eventos (cambio de ajustes, pérdida de referencia temporal, reinicio, etc.)
- Medida de magnitudes de servicio on-line (local y remoto)
- Baja carga (*burden*) a los circuitos de medida de corriente y tensión.
- Las magnitudes residuales (homopolares o de secuencia cero) pueden calcularse en vez de medirse, o además de medirse
- Chequeos
 - Supervisión de coherencia de las medidas de corrientes y tensiones trifásicas, detección de falla en transformadores de medida y circuitos secundarios
 - Detección de saturación de los TIs.
 - Supervisión de circuitos disparos,
 - Supervisión de posición de interruptores y seccionadores,
 - Supervisión del estado de interruptores (cantidad de aperturas, I^2t acumulado, etc.)
 - Auto-supervisión muy exhaustiva y alarma de falla interna

- Supervisión de la calidad de la continua de alimentación.
- Funciones de ensayo (forzado de salidas, forzado de señales internas, verificación y forzado de entradas digitales, debug de lógicas, modo ensayo para habilitar y deshabilitar funciones, etc.)
- Posibilidad de actualizar el firmware (software interno, corrección de bugs, nuevas funcionalidades)

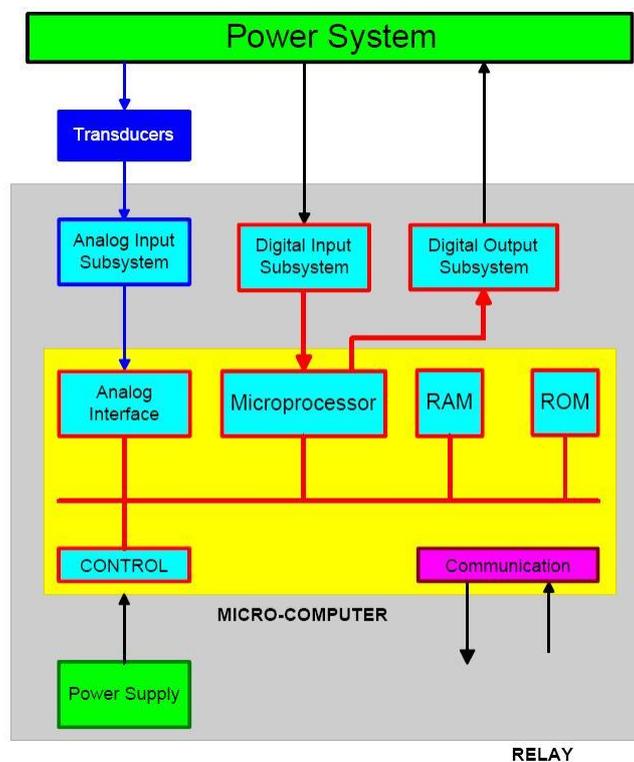
Algunas dificultades o inconvenientes que presenta la tecnología moderna son:

- Genera cantidades enormes de datos, que deben poder ser información
- Gran complejidad (para entender funcionamiento y relaciones, implementar ajustes, implementar lógicas, lógicas y funciones adaptivas, IEC61850, ensayo, etc.)
- Vida útil limitada.
 - Depende de la obsolescencia tecnológica (nuevas necesidades, funcionalidades o compatibilidades no cubiertas)
 - La vida de los componentes limita la confiabilidad y disponibilidad. Por ello algunos fabricantes de relés fabrican sus propios componentes.
- La integración de funciones, lógicas, protección y control integrados, aumenta la susceptibilidad a las fallas de modo común y afecta la confiabilidad.
- Susceptibilidad a interferencia de radio (RFI) y electromagnética (EMI). El rechazo es muy bueno, pero menor que en algunas tecnologías previas.

2. BLOQUES FUNCIONALES PRINCIPALES DE UN RELÉ NUMÉRICO TÍPICO.

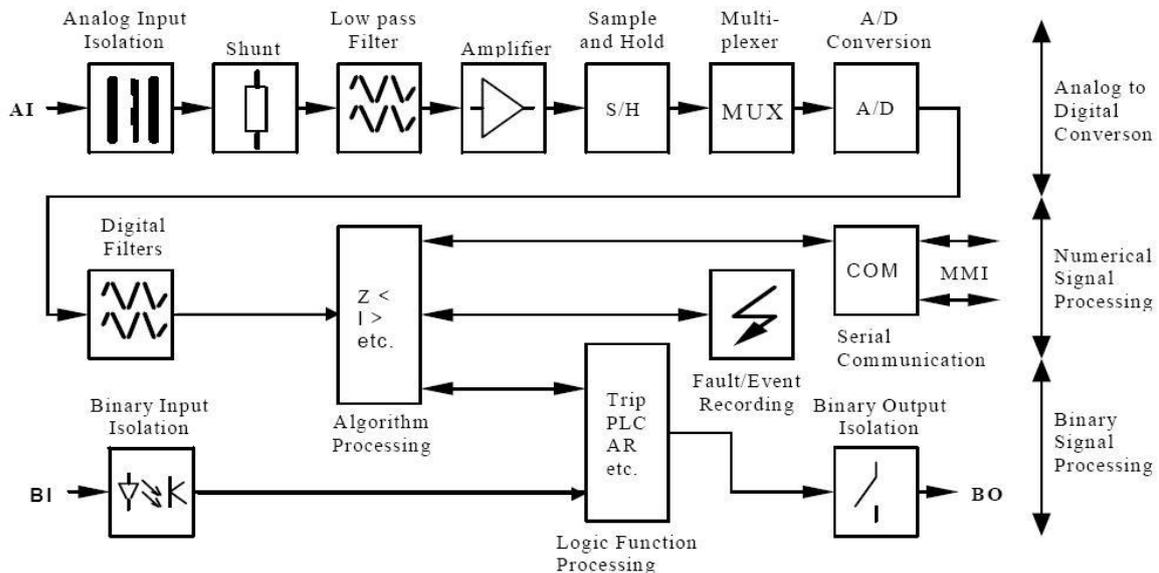
Los relés numéricos son relés microprocesados que calculan sus algoritmos mediante técnicas numéricas.

Los relés numéricos generalmente pueden representarse con el siguiente diagrama de bloques.



2.1. GENERALIDADES, RESUMEN.

Se muestra un diagrama en bloques más detallado de un relé microprocesado típico.



Las salidas de los transformadores de medida de corriente y tensión (1 o 5 Aac nominales, 100 o $100/\sqrt{3}$ hasta 200 o $200/\sqrt{3}$ Vac nominales) se aplican a las entradas analógicas de las protecciones.

El subsistema de entradas analógicas:

- Aisla al relé de los circuitos secundarios de medida,
- Reduce el nivel de las tensiones,
- Convierte las corrientes en tensiones proporcionales,
- Elimina las componentes de alta frecuencia de las señales mediante filtros analógicos pasabajos (antialiasing).

Las tensiones de salida del subsistema anterior, son aplicadas a la interfase analógica que realiza las siguientes funciones sobre las señales:

- Muestrarlas y retener las muestras (sample and hold o S/H),
- Multiplexarlas
- Realizar su conversión analógico-digital (A/D o ADC)

convirtiendo los valores analógicos en sus equivalentes valores digitales que son guardados en memoria RAM.

Dado que los conversores A/D manejan solamente tensiones, el subsistema de entradas analógicas convierte las corrientes en tensiones utilizando resistores de precisión.

El subsistema de entradas digitales (o binarias) envía el estado de interruptores, seccionadores y otras señales discretas del sistema de potencia, señales de teleprotección, señales del sistema de control, etc. a la memoria RAM.

Las entradas son optoacopladas de manera de aislar a la protección del sistema de potencia y otros sistemas.

Los algoritmos de protección (parte del software del relé) generalmente procesan la información adquirida usando técnicas de procesamiento numérico de señales para estimar:

- Amplitudes
- Ángulos

de los fasores de voltaje y corriente, y a veces también para estimar la

- Frecuencia del sistema.

Estas magnitudes son manejadas utilizando los principios de operación de protección (nivel, zona, dirección, distancia, etc.) y algoritmos específicos, calculando otras magnitudes o resultados (por ej. impedancias) y comparándolos con los ajustes (*settings*) predefinidos en la protección, para así determinar si el equipo o sistema protegido experimenta una falta o condición anormal de funcionamiento, o no.

Existen otros algoritmos de protección que no calculan fasores, sino que trabajan en el dominio del tiempo (por ej. estimación de parámetros del sistema, ondas viajeras, etc.).

El subsistema de salida digital envía las salidas de disparo a los interruptores en caso de falta o condición anormal, así como otras órdenes y señales (recierre, alarmas, teleprotección, etc.). Son típicas las salidas por contactos de relés de salida o con SSR (*Solid State Relays*) o SCR (*Silicon Controlled Rectifier*).

Los subsistemas de entrada y de salida digitales han incorporado el manejo de señales de E/S por protocolos de comunicación, además del manejo de señales binarias eléctricas. En los últimos años se está imponiendo la norma IEC 61850 para el intercambio de señales entre equipos inteligentes (IEDs), particularmente relés de protección. La norma IEC 61850 también permite intercambiar números correspondientes a valores analógicos y muestras, no sólo valores digitales.

Los ajustes (*settings*), configuraciones, lógicas y otra información vital es almacenada en memoria no volátil (EPROM, E²PROM, etc.).

La memoria RAM es usada para almacenar información temporal.

Los relés computarizados generalmente tiene una pila o batería interna que permite, ante la pérdida de la alimentación externa al relé de protección, mantener ciertas funcionalidades o datos que no se guarden en E²PROM. Por ej. se mantiene operativo el reloj interno, por lo que la protección no pierde la hora durante una pérdida de alimentación, se conservan los registro oscilográficos y la lista de eventos, etc.

Ver la última figura de este documento, donde se muestra el uso de los distintos tipos de memorias en un relé numérico determinado. Ver 3.3

2.2. ALIMENTACIÓN DE CONTINUA

Los relés modernos utilizan tensión continua para:

Fuente de alimentación

Muchas veces la fuente de alimentación de las protecciones tiene un amplio rango de funcionamiento, aunque a veces tiene tensión fija de alimentación.

En el caso de relés instalados en estaciones, subestaciones o centrales, se utiliza alimentación de corriente continua (DC) por la confiabilidad, seguridad y continuidad de su suministro.

A veces los relés de protección también admiten alimentación de alterna. Si se usa alimentación de alterna, debe ser segura (preferentemente ininterrumpible). Hay aplicaciones en MT en que el relé se alimenta de la tensión de medida, si el puesto donde se encuentra no usa baterías. También es práctico alimentar un relé con 230V de alterna para actividades que no implican proteger un equipo de potencia, como por ej. si lo que se quiere es encender un relé y chequearlo en taller o laboratorio, o sólo comunicarse con él. En general la fuente no está duplicada (redundante), salvo a veces en relés diferenciales de barra, etc. en que se requiere mayor confiabilidad de la alimentación.

Entradas digitales

Muchas veces las entradas digitales de las protecciones aceptan tensiones nominales de las entradas dentro de un amplio rango. En ese caso se ajusta (selecciona) el valor de la tensión nominal de las entradas por hardware (dipswitches) o por software, con lo que se ajusta entonces los umbrales de tensión de pasaje de 0 a 1 y viceversa; o también puede ser que se ajuste (seleccione) el nivel de tensión del umbral de pasaje de 0 a 1 y viceversa.

En otros casos las tensiones nominales de las entradas son fijas.

Salidas digitales.

Generalmente las salidas digitales (contactos de relés de salida) soportan las tensiones máximas de alimentación y corrientes adecuadas de continua y alterna.

Generalmente hay contactos dedicados al disparo, más robustos aunque rápidos, y contactos para otras señales.

Es importante en los contactos su potencia de apertura, no sólo la corriente nominal que soportan. Puede suceder que deban abrir cargas inductivas.

Se pueden utilizar también salidas de electrónica de potencia por ej. SSRs (*Solid State Relays*) o SCRs (*Silicon Controlled Rectifiers*). Son mucho más rápidos que los relés electromecánicos de salida.

Los relés computarizados generalmente tiene una pila o batería interna para respaldo de cierta información, como ya se mencionó.

2.3. ENTRADAS ANALÓGICAS.

Como ya se mencionó, las entradas analógicas

- Aislan al relé de los circuitos secundarios de medida,
- Reducen el nivel de las tensiones,
- Convierten las corrientes en tensiones proporcionales,
- Eliminan las componentes de alta frecuencia de las señales mediante filtros analógicos pasabajo (antialiasing).

2.4. PREFILTRADO Y MUESTREO. ALIAS.

Muestreo es el proceso de conversión de una señal continua en el tiempo, en una señal discreta en el tiempo.

Una señal periódica debe ser muestreada a una tasa mínima de dos veces la frecuencia del armónico de interés más alto, o sea $f_s > 2 f_{MÁX}$. Esta regla es conocida como el “teorema del muestreo”, o teorema de muestreo de Shannon o de Nyquist.

Aliasing (alias) se refiere al hecho de que durante el procesamiento digital (muestreo periódico a frecuencia f_s) una señal sinusoidal (analógica periódica) de una cierta frecuencia f , puede llegar a parecer una señal de menor frecuencia $(f - f_s)$ si no se la filtra previa y adecuadamente.

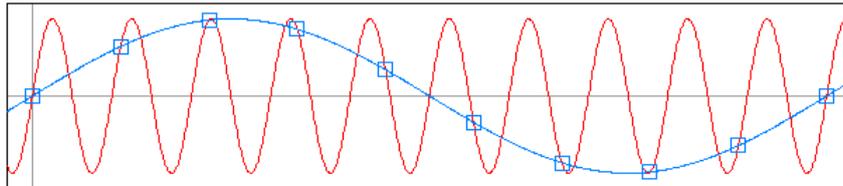
O sea que ambas señales de frecuencias f y $(f - f_s)$ tienen las mismas muestras, pero una señal es la real original y la otra no (es un “alias” de la otra, y viceversa).

El problema a evitar en los relés numéricos es que una alta frecuencia de la señal medida (frecuencia no utilizada en los algoritmos) parezca una frecuencia menor (la fundamental o algún armónico con que trabaje el relé) y se confunda esa “falsa” magnitud con la real (se sume erróneamente a la magnitud real de esa frecuencia usada).

Para reconstruir satisfactoriamente una señal y no tener aliasing, la frecuencia de muestreo de su digitalización debe ser mayor al doble de la frecuencia máxima de interés de la señal $f_s > 2 f_{MÁX}$.

Por ej. $f_{MÁX}$ puede ser simplemente la fundamental, o el 5° armónico, etc., dependiendo de la aplicación.

Véase en la siguiente figura como la señal roja de frecuencia f , al ser muestreada a una frecuencia $f_s \leq 2f$, parece la señal azul de frecuencia menor cuando se intenta recuperar la señal roja a partir de los valores muestreados.



Por ej. $f_{ROJO} = 500Hz$ (10° armónico), $f_s = 450 mps$,

por lo que el alias es de frecuencia $f_{AZUL} = f_{ROJO} - f_s = 50Hz$. Y entonces se podría confundir como si fuera una señal de frecuencia fundamental.

Para evitar este efecto indeseado de “aliasing”, se debe:

- 1) elegir una frecuencia de muestreo suficientemente alta para que se cumpla $f_s > 2 f_{MÁX}$ (siendo $f_{MÁX}$ la frecuencia del mayor armónico de interés) y
- 2) aplicar a la señal (antes de digitalizarla) un filtro analógico pasabajo (antialiasing) que deje pasar las frecuencias por debajo de la mitad de la frecuencia de muestreo y le quite energía a las señales de alta frecuencia.

Los filtros antialiasing pueden ser pasivos o activos.

- Por un lado el filtro debe ser selectivo para no dejar pasar energía de frecuencias que se desea eliminar.
- Pero el filtro no debe tener un corte muy abrupto pues generaría retardos notorios en su respuesta al escalón y defasajes notorios en alterna.

Muchas veces es suficiente con un doble filtro RC que da una atenuación de 12 dB /octava

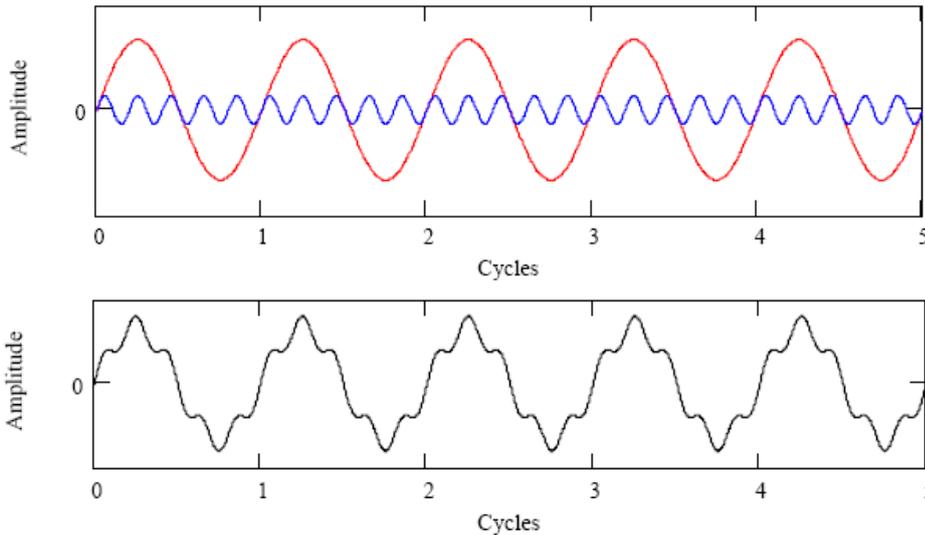
Un ejemplo de aliasing que frecuentemente observamos es el efecto que se ve en las películas de cine cuando las ruedas de un auto en movimiento parece que giraran al revés. El muestreo son los cuadros por segundo con que se filma y la señal que se quiere ver es la velocidad de giro de las ruedas.

- https://www.youtube.com/watch?v=9I_C2aahVUK
- <http://cienciotec.blogspot.com.uy/2013/04/efecto-estroboscopico-y-aliasing.html>

Los primeros relés numéricos usaban 4 muestras por ciclo de la señal fundamental y en la actualidad son normales valores de 8, 16, 20, 24 o 32 muestras por ciclo de la fundamental, pudiendo llegar a tener 96 muestras por ciclo de la señal fundamental (y medir hasta armónico 47).

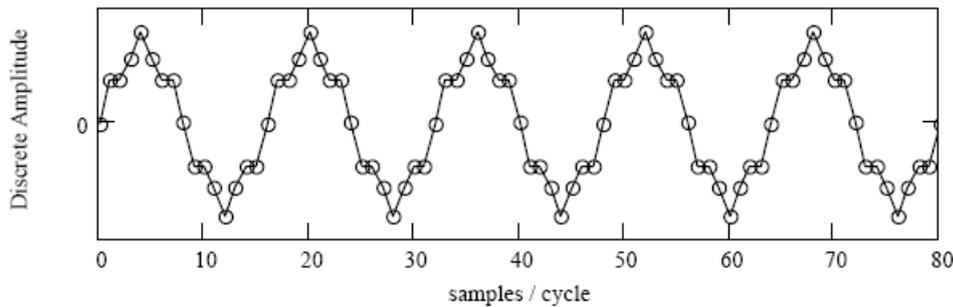
Usemos el siguiente ejemplo sobre muestreo.

Sea una señal compuesta por la fundamental (50 Hz) y un 20% de 5° armónico (250 Hz)



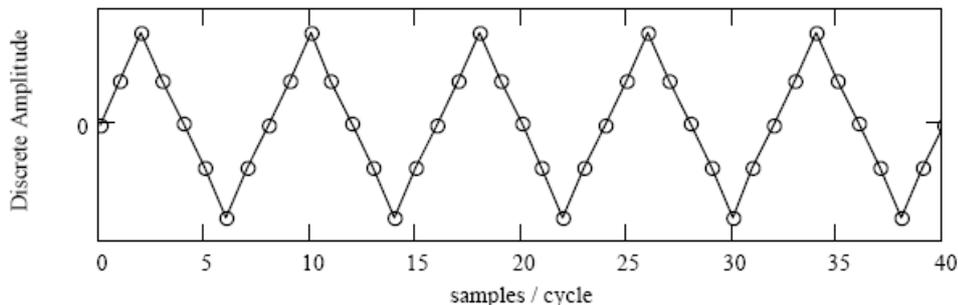
La figura siguiente es la reconstrucción de la señal, con una frecuencia de muestreo de 16 muestras por período (800 mps).

La frecuencia de muestreo cumple con el teorema del muestreo ($800 \text{ mps} > 500 \text{ Hz}$).



La figura siguiente es la reconstrucción de la señal, con una frecuencia de muestreo de 8 muestras por período (400 mps).

La frecuencia de muestreo NO cumple con el teorema del muestreo ($400 \text{ mps} < 500 \text{ Hz}$).



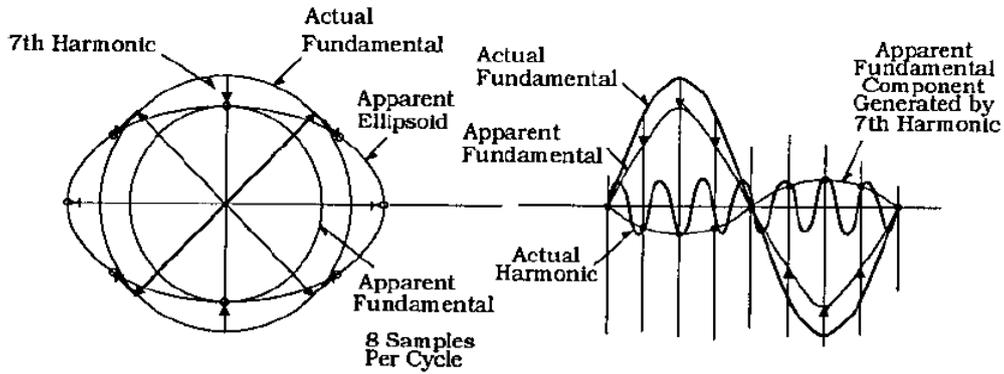
Este efecto es indeseado por dos razones:

- 1) La información del 5° armónico se perdió.
 - 2) La energía de la componente de 5° armónico corrompió la interpretación de la onda.
- Por ello es necesario filtrar previamente la señal.

En este caso se debía filtrar el 5° armónico o muestrear a una frecuencia superior.

Otro ejemplo.

Una señal seno que tiene componente fundamental (*Actual Fundamental*) y 7º armónico seno (*Actual Harmonic*) y es muestreada a 8 veces por ciclo de la fundamental.



$f_s = 400\text{mps}$ y $f_{MÁX} = 50 \times 7 = 350\text{Hz}$, por lo que no se cumple: $f_s > 2 f_{MÁX}$, entonces el alias es $(f - f_s) = 400 - 350 = 50\text{Hz}$ (*Apparent Fundamental Component Generated by 7th Harmonic*)

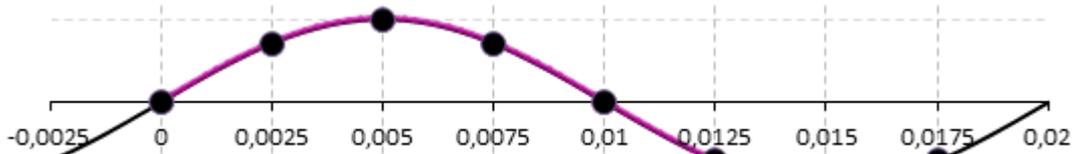
Por ello la protección verá una señal conformada por la superposición de:

- la verdadera fundamental más
- el alias del 7º armónico (de frecuencia fundamental también) en vez del 7º armónico, obteniéndose un fasor de frecuencia fundamental pero de menor amplitud (*Apparent Fundamental*) en vez de la elipse (*Apparent Ellipsoid*) que corresponde a la señal real.

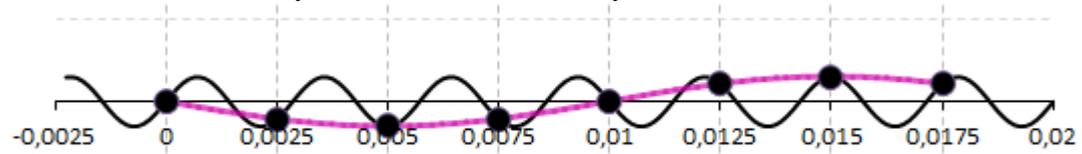
A continuación gráficas del ejemplo anterior de señal fundamental con 7º armónico, muestreada a 8 veces por ciclo de la fundamental.

En negro señal y muestras de la señal. En fucsia la reconstrucción de la señal según las muestras.

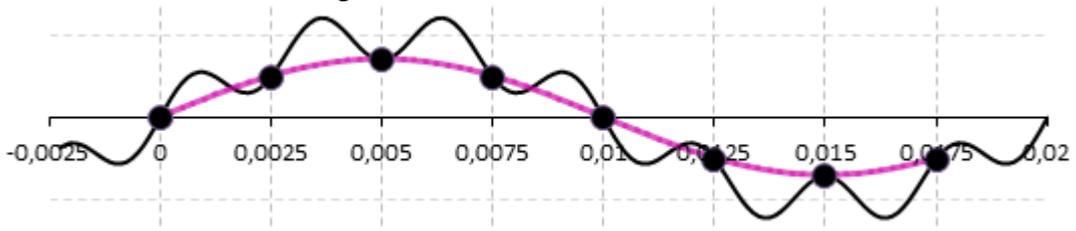
- Señal sólo fundamental (*Actual Fundamental*) y su muestreo (reconstrucción) que coincide con la señal.



- Señal sólo 7º armónico y su muestreo (reconstruye el alias = frecuencia fundamental).



- Señal con fundamental y 7º armónico. Su muestreo (*Apparent Fundamental*) reconstruye la suma de la fundamental original más el alias de frec. fundamental.



Sobre aliasing, ver también el capítulo 2.6.6.2: Aliasing en el dominio de la frecuencia. Respuesta del FIR.

2.5. CONVERSIÓN ANALÓGICA A DIGITAL (A/D o ADC).

La conversión analógica a digital toma valores instantáneos de una señal continua en el tiempo (analógica) y los convierte en valores numéricos (binarios). El muestreo se realiza a intervalos fijos.

La salida de un conversor A/D de $n+1$ bits son los $n+1$ $x_i \in \{0,1\}$, $i = 0..n$ que forman al número binario (palabra binaria):

$x_n 2^n + x_{n-1} 2^{n-1} + x_{n-2} 2^{n-2} + \dots + x_2 2^2 + x_1 2^1 + x_0 2^0$ correspondiente al valor instantáneo muestreado.

- Ejemplo. Conversor A/D de entrada $\pm 5V$ y salida de 8 bits.

El número más grande de salida es $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7 = 2^8 - 1 = 255$ decimal

$-5V$ corresponde a 00000000 binario, $0V$ a 10000000 = 128 decimal, y $+5V$ a 11111111 = 255 decimal. La salida tiene 256 valores discretos (de 0 a 255).

Resolución de la conversión A/D.

Un bit menos significativo (LSB) de la salida corresponde a una variación de

$\frac{1}{255} \times 10V = 39mV$ en la entrada.

Y esto corresponde a $\frac{1}{255/2} \times 100 = 0,78\%$ del valor de pico de la máxima señal ($5 V_p$).

- Ejemplo. Conversor A/D de entrada $\pm 5V$ y salida de 16 bits.

Tiene $2^{16} = 65536$ valores discretos o niveles, lo que corresponde a una resolución de $0,15mV$ en la entrada y al $0,0031\%$ del valor de pico de la máxima señal ($5 V_p$).

Nótese el aumento de la resolución respecto del conversor A/D de 8 bits.

La conversión A/D provee valores binarios (palabras binarias) a ser usados por el microprocesador.

En el período entre una muestra i y la siguiente muestra $i+1$ (tiempo $\frac{1}{f_s}$) el microprocesador debe

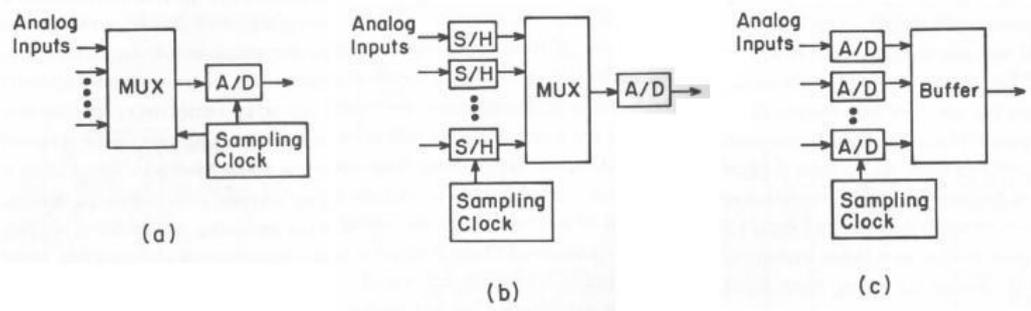
procesar completamente las muestras i de todas las señales de corrientes y tensiones medidas y procesar completamente los algoritmos de protección correspondientes, pues debe haber terminado antes que llegue el instante $i+1$.

Esta es una de las causas para limitar la frecuencia de muestreo. Frecuencias de muestreo elevadas requieren procesadores potentes y/o algoritmos fáciles de computar.

Ejemplos.

- Un relé de línea maneja 6 u 8 señales analógicas (3 o 4 corrientes y 3 o 4 tensiones). Las magnitudes residuales pueden ser medidas o calculadas como la suma de las magnitudes de las tres fases.
- Un diferencial de barra de 6 secciones maneja al menos 18 o 24 corrientes.

El muestreo de las señales se puede hacer de diversas maneras y se puede usar 1 conversor A/D o tantos como entradas analógicas.

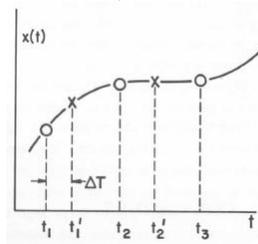


(a) Un conversor A/D con multiplexado de las entradas.

Sean N canales analógicos. La muestra i -ésima de cada señal es tomada un ΔT luego que la anterior.

El ciclo de muestreo debe ser tal que el muestreo de la última señal debe terminar antes de que deba tomarse la muestra $i+1$ de la primer señal, o sea: $\sum_{k=1}^N \Delta T^k < t_{i+1} - t_i$.

Requiere posteriormente sincronizar mediante interpolación los valores de las N muestras obtenidas en un ciclo de multiplexado, corrigiendo $N-1$ señales, se simula así que las N muestras fueron tomadas en el mismo instante).



Si $\sum_{k=1}^N \Delta T^k \ll t_{i+1} - t_i$, entonces no es necesaria (o puede no ser necesaria) la corrección o sincronización de las medidas.

- (b) Se agrega Sample and Hold a cada entrada. Se elimina el problema de que cada señal se muestrea en un instante distinto.
- (c) Conversores A/D individuales por cada señal.

Los conversores A/D pueden:

- Truncar. Se ignora la parte de la señal que es menor que el nivel del LSB (bit menos significativo).
- Redondear. Se ignora un nivel de la señal que es menor que el nivel de 0,5 LSB, y un nivel de señal mayor que el nivel de 0,5 LSB es convertido en 1 LSB.

Tipos de conversores A/D:

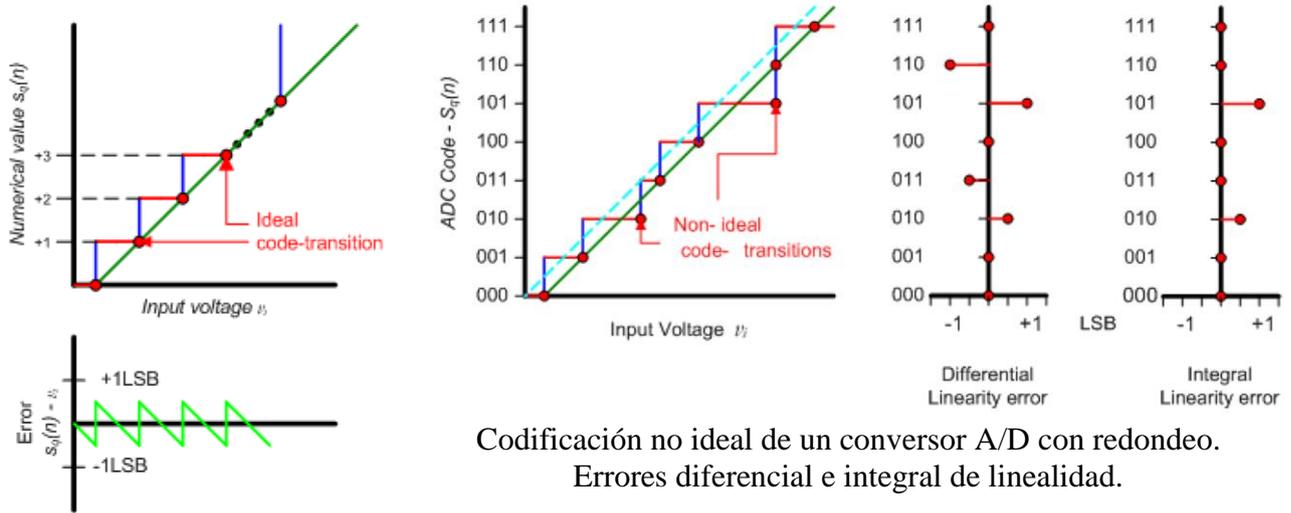
- Contadores de rampa
- De rampa simple o doble
- "Tracking"
- De aproximaciones sucesivas
- "Flash"

Los dos últimos tipos son usados actualmente por los relés numéricos.

La conversión A/D tiene dos etapas:

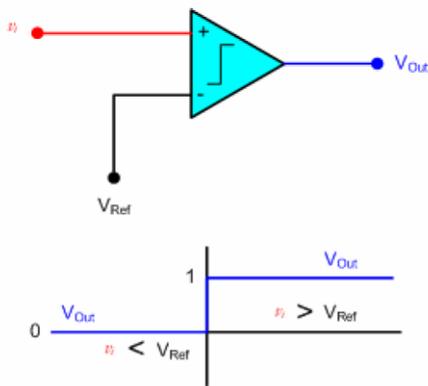
1. Muestrear (sampling)
2. Cuantificar (generar el valor numérico binario)

Muchos conversores A/D redondean, entonces el valor medio de los valores numéricos generados es cercano al valor medio de las muestras, por lo que el error debido a la cuantificación es mínimo.

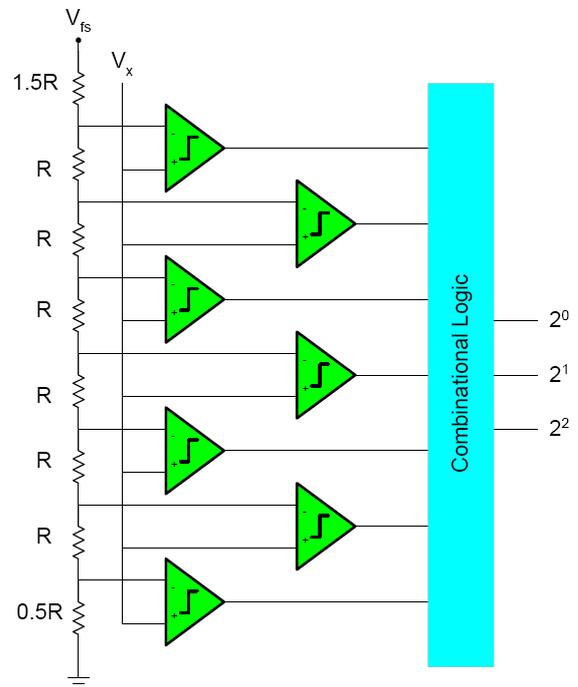


Codificación no ideal de un conversor A/D con redondeo.
Errores diferencial e integral de linealidad.

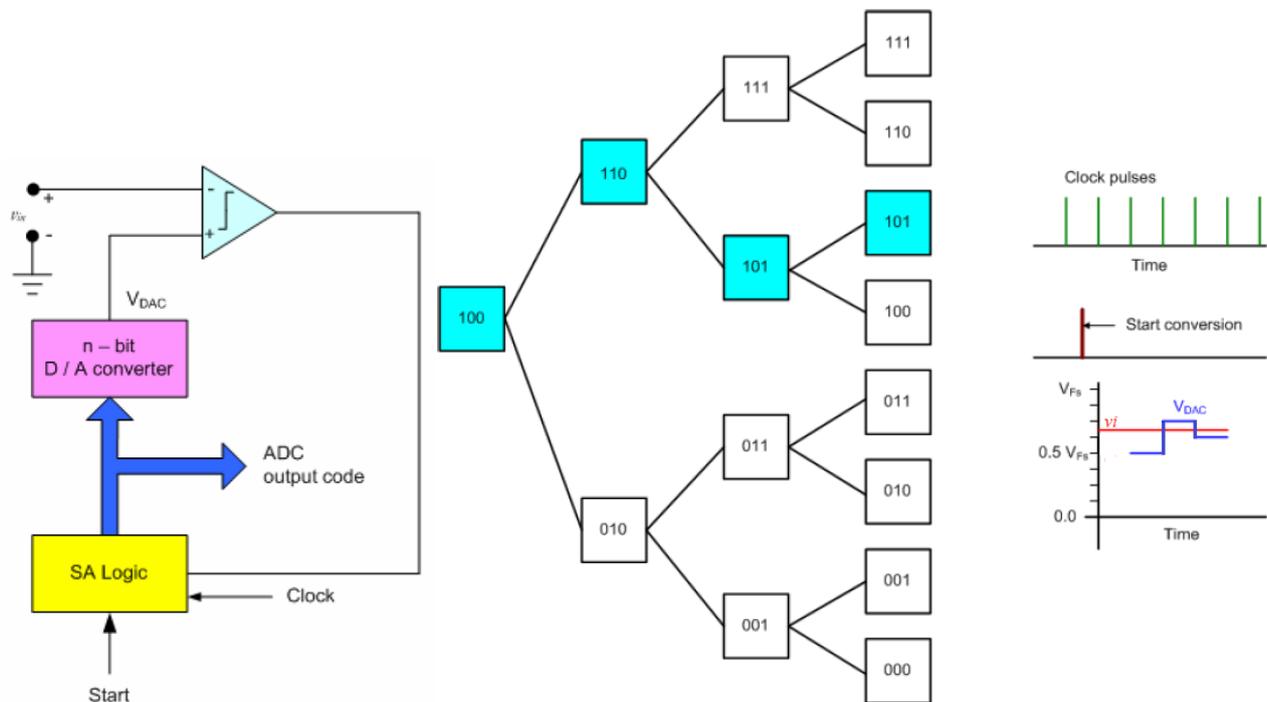
Transición ideal en un conversor A/D con redondeo.



Puerta lógica usada como elemento básico de un conversor A/D (comparador).



Conversor A/D flash de 3 bits.



Conversor A/D de aproximaciones sucesivas.

Explicación del funcionamiento del conversor A/D de aproximaciones sucesivas.

Comienza en el valor medio del rango de salida (100 en este caso), o sea se inicializa el MSB en 1. Esta palabra digital se convierte en un valor analógico (con un conversor D/A) y se compara con la magnitud medida.

Si la magnitud medida es mayor que salida del conversor D/A, la salida del comparador es un 1 y se fija (mantiene) en 1 el MSB; y si la magnitud medida es menor que salida del conversor D/A la salida del comparador es un 0 y se fija en 0 el MSB. Queda fijado así el valor de ese bit.

A continuación se procede de manera similar pero inicializando en 1 el siguiente bit, reiterándose el proceso de conversión D/A, la comparación, etc.

Y así hasta el LSB.

2.6. ALGORITMOS DE PROTECCIÓN.

2.6.1. Filtros FIR.

Un filtro FIR (*Finite Impulse Response*) es un filtro digital en que si la entrada es un impulso de amplitud 1 (delta de Kronecker), la salida tendrá un número finito de términos no nulos (la salida será cero luego de un tiempo finito máximo).

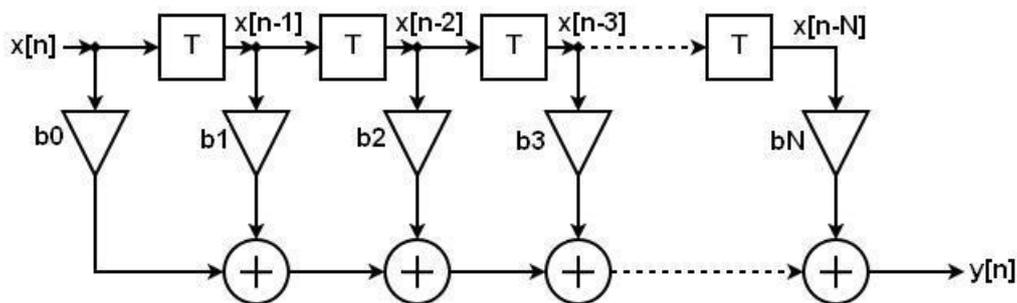
La salida de un FIR de orden N en el instante n es

$$y[n] = b_0x[n] + b_1x[n-1] + \dots + b_Nx[n-N] = \sum_{i=0}^N b_i x[n-i]$$

Tiene N+1 términos en que considera:

- la muestra actual de la señal $x[n]$ y
- los N valores muestreados previamente de la señal ($x[n-1]$ hasta $x[n-N]$).

Es una convolución de los coeficientes b_i con la señal de entrada x .



T es el período de muestreo. $T = t[n] - t[n-1] \quad \forall n$.

Los coeficientes b_i son los coeficientes del filtro, que corresponden a las salidas $y[n]$ hasta $y[n+N]$ que produce el FIR ante una entrada que sea un impulso delta de Kronecker $x[n] = \delta[n]$

Veámoslo. Considérese un impulso delta de Kronecker de amplitud 1 en el instante $n = 0$ y 0 en todo otro instante:

$$\delta[n] = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$$

Ante dicho impulso $\delta[n]$, la respuesta $y[n] = h[n]$ del FIR es exactamente la secuencia de coeficientes del filtro,

pues $h[n] = \sum_{i=0}^N b_i \delta[n-i] \quad \forall n$ entonces $h[n] = \begin{cases} b_i, & n = i = 0 \dots N \\ 0, & \forall \text{ otro } n \end{cases}$

2.6.2. Ventana móvil o deslizante.

En el cálculo de fasores para ser usados en los algoritmos de protección, se utilizan filtros digitales FIR (*Finite Impulse Response Filter*) asociados al concepto de “ventana”.

La ventana es el conjunto de muestras que utiliza el filtro para calcular el fasor en un instante dado. Para una señal dada, la ventana de tamaño N , consiste en considerar la muestra actual y las $N-1$ muestras anteriores para el FIR. Se desechan las muestras previas a la ventana.

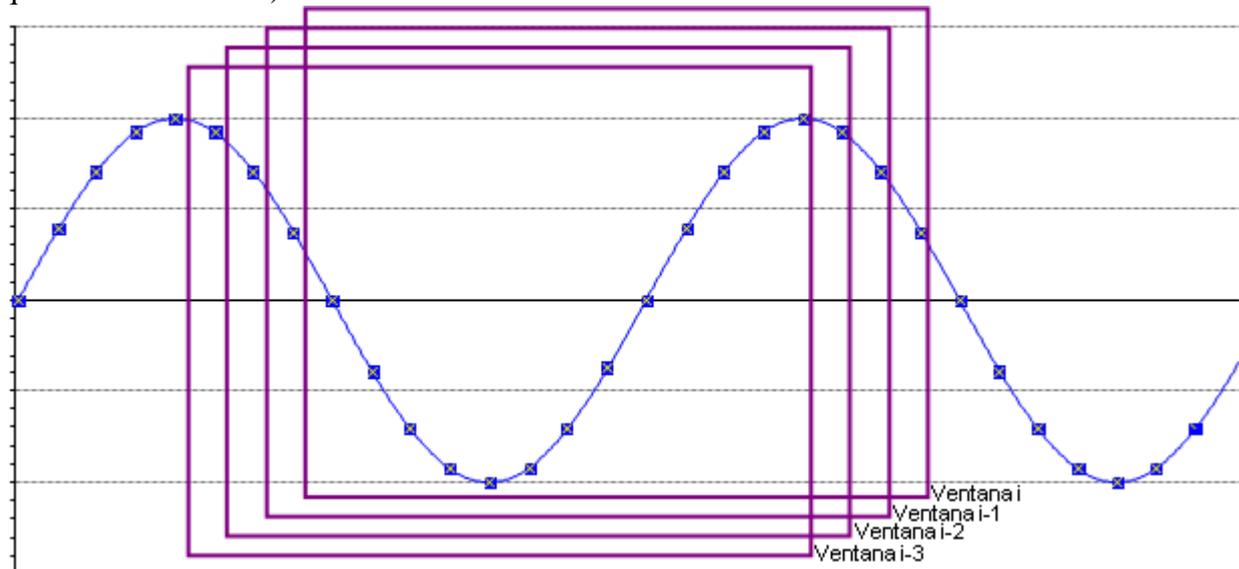
O sea que la historia que utiliza o “ve” el filtro FIR es únicamente las $N-1$ muestras previas, y no más atrás.

La ventana es una ventana móvil o deslizante.

Al llegar una nueva muestra, se usa ésta y se deshecha la última muestra de la ventana previa. O sea que la ventana se movió (adelantó) un tiempo igual al periodo de muestreo.

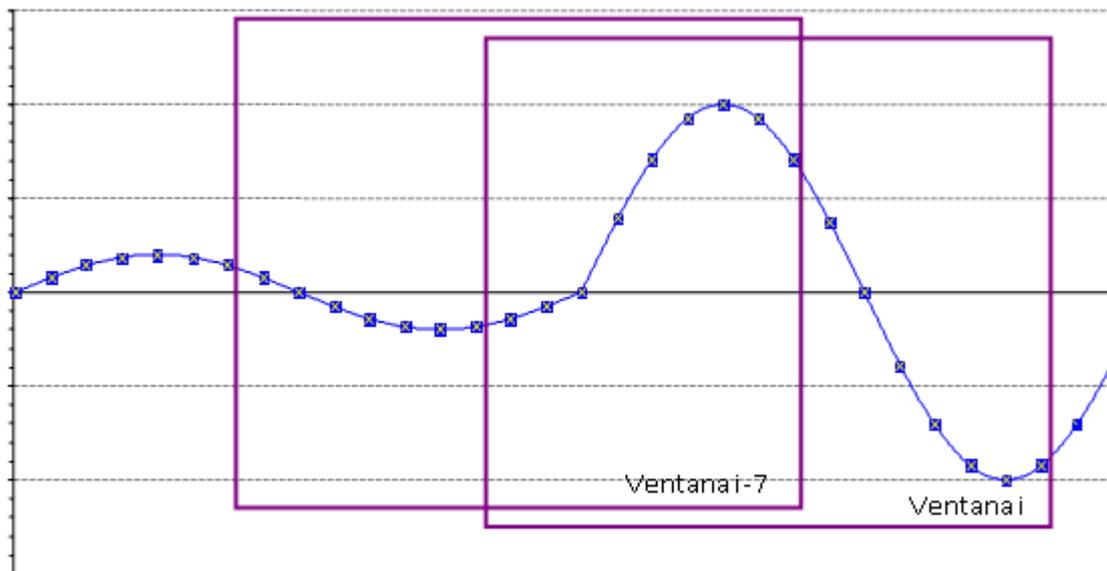
Este movimiento de la ventana es permanente.

Una ventana de N muestras se utiliza para algoritmos que utilizan filtros FIR de orden $N-1$ (filtros que tiene N términos).



En la figura anterior se muestra una ventana móvil de 1 ciclo y 16 muestras/ciclo, en los instantes consecutivos $(i-3)$, $(i-2)$, $(i-1)$, i .

2.6.3. Tiempo de operación y tamaño de la ventana.



Se muestra la medida de corriente en un circuito en que ocurre un cortocircuito. Como se ve en la figura, la ventana móvil a medida que “avanza” incluye más muestras de corriente de falta y menos muestras de corriente de pre-falta.

Por ello el algoritmo que usa a dicha ventana precisará cierto tiempo para

- 1) reconocer que se está ante un cortocircuito (detectar la falta) y
- 2) poder estimar satisfactoriamente el fasor.

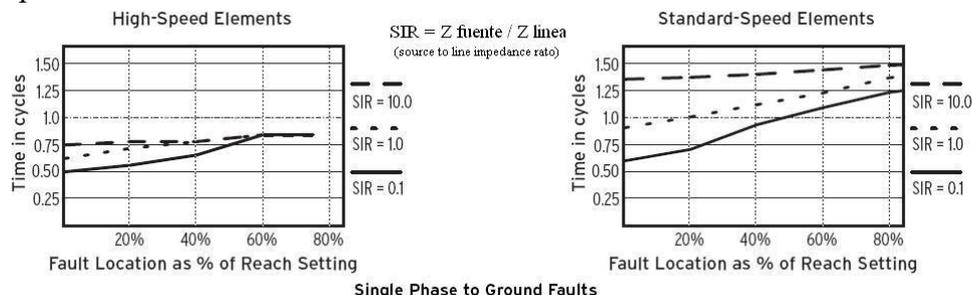
Este tiempo o retardo es inherente a los relés numéricos y al concepto de ventana.

El fasor calculado cuando en la ventana hay tanto muestras de pre-falta como de falta no es confiable y tiene poco significado. El cálculo es correcto cuando todas las muestras son de pre-falta o todas de falta.

Por ello cuanto más pequeña la ventana, más rápida es la decisión, pero como se verá en 2.6.4 también más imprecisa la decisión. Hay una relación inherentemente inversa entre velocidad y precisión.

Las ventanas de 1 ciclo hacen que los tiempos de operación de la protección sean de por ej. 30 o 40 ms.

Ventanas de ½ ciclo hacen que los tiempos de operación sean menores, por ej. 14 o 20 ms (pues la ventana entra antes completamente en la falta). Pero los algoritmos de ½ ciclo son en general más imprecisos (no filtran todos los armónicos), por lo que hay que tomar ciertas precauciones con la funciones “rápidas”.



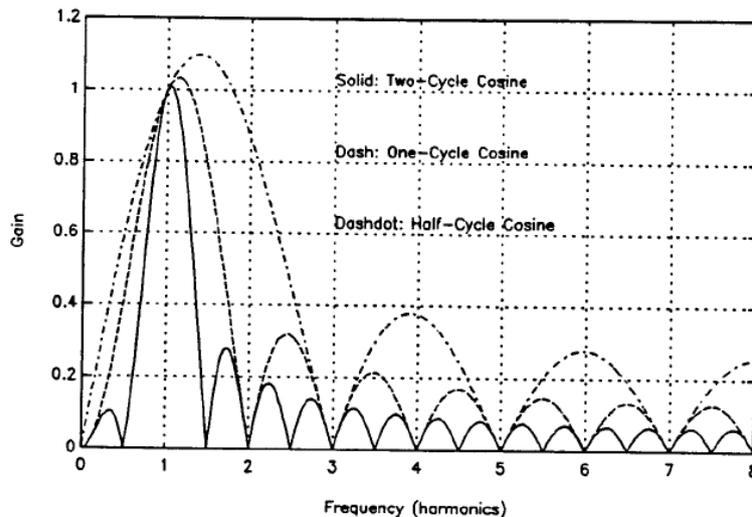
La figura anterior muestra los tiempos de operación de los algoritmos de ½ y 1 ciclo de un relé determinado, para defectos fase-tierra y en función del SIR y la distancia a la falta.

2.6.4. Ventana y armónicos.

Considérense por ejemplo filtros (algoritmos) DFT o coseno, que se estudiarán más adelante.

Cálculo o estimación de la fundamental de una señal.

- Si la señal es una senoide pura, un filtro con ventana de 1 ciclo (período de la fundamental) es adecuado.
La ventana también puede ser de múltiplos del período de la fundamental.
- Si la señal tiene armónicos, para calcular la fundamental la ventana tiene que ser de 1 ciclo de la fundamental; de esta manera se rechazan los armónicos.



En la actualidad para relés de distancia, corriente, etc. es normal usar FIR con ventana de 1 ciclo y a veces de $\frac{1}{2}$ ciclo para funciones complementarias más rápidas.

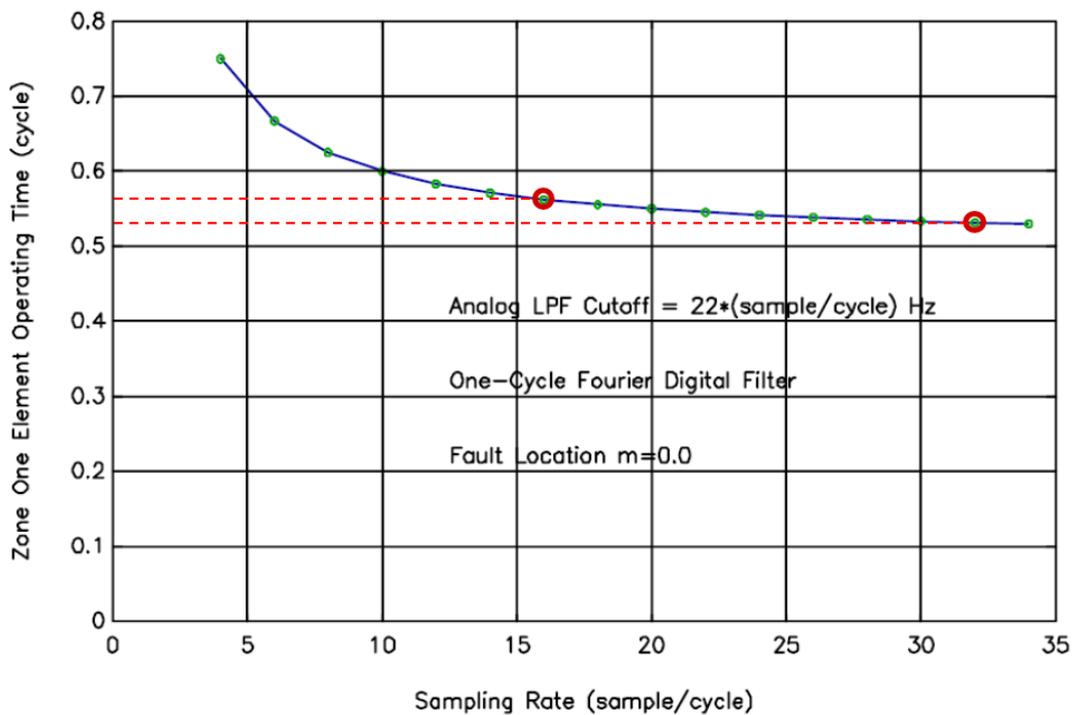
Un FIR de menos de 1 ciclo (por ej. de $\frac{1}{2}$ ciclo) no puede rechazar todos los armónicos (como se ve en la figura anterior). Por ello los algoritmos para calcular fasores con ventana de menos de 1 ciclo son más imprecisos.

Cálculo o estimación de los armónicos de una señal.

- Para obtener fasores de los armónicos, se usa también la ventana de 1 ciclo de la fundamental.
Pero los pesos de las muestras se calculan considerando el período del armónico correspondiente. Se verá más adelante.

Resumiendo, para calcular fasores adecuadamente se debe usar una ventana del tamaño del período (o múltiplos del período) de la componente de menor frecuencia de la señal (su fundamental).

2.6.5. Tiempo de operación vs. frecuencia de muestreo.



El ejemplo considera una función instantánea de distancia con algoritmo DFT (que es un tipo de filtro FIR que se verá más adelante) de 1 ciclo.

El defecto es cercano (mejor caso, disparo muy rápido).

Nótese que pasar de 16 a 32 muestras/ciclo no mejora significativamente el tiempo de operación. Reduce en aprox. 0,04 ciclos o sea aprox. 0,8 ms (aprox. 4%) un tiempo de disparo ya de por sí bastante bajo de (12 ms).

A partir de cierta frecuencia de muestreo, un aumento de la misma no repercute sensiblemente en la disminución del tiempo de operación. Esto sumado a que frecuencias de muestreo elevadas requieren conversión A/D rápida, procesadores potentes y/o algoritmos fáciles de computar, lleva a que las frecuencias de muestreo normalmente usadas no son demasiado elevadas (no es necesario que sean muy elevadas, salvo por ej. para registrar oscilografía de transitorios (que no es una función propiamente de protección).

2.6.6. Tipos de Algoritmo.

Los algoritmos numéricos de protección son diversos.

Hay ciertos algoritmos que son clásicos o frecuentemente usados por los fabricantes de protecciones.

Clasificación de algoritmos.

- De estimación de fasores (Filtros FIR)
- En el dominio del tiempo
- De onda viajera

Hay algoritmos de estimación de frecuencia, algoritmos rápidos y algoritmos incrementales tanto con uso de fasores como en el dominio del tiempo.

2.6.6.1. Algoritmos o técnicas de estimación de fasores.

Usan filtros FIR, o sea ventana móvil.

Son comunes los algoritmos (o filtros):

- DFT (*Discret Fourier Transform* o Transformada Discreta de Fourier)
- Coseno
- Mínimos cuadrados
- Filtro de Kalman
- Transformada Wavelet

2.6.6.1.1. DFT (Discret Fourier Transform)

DFT (*Discret Fourier Transform*) o SDF (Serie Discreta de Fourier) o Transformada Discreta de Fourier asume que la señal que procesa está compuesta por la frecuencia fundamental y armónicos de esa frecuencia, permitiendo determinar o estimar los fasores de dichas frecuencias.

DFT se aplica a señales que en el dominio del tiempo están representadas por números (por ej. señales analógicas muestreadas).

Es entonces una transformada del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia.

Para DFT la señal existe solamente en un determinado lapso (dentro de una “ventana” de tiempo). Y se asume que la señal es periódica y que la ventana corresponde al período (o un múltiplo del período) de la señal.

Se estudia a continuación la DFT con ventana de un ciclo de la frecuencia fundamental.

Las componentes de distinta frecuencia obtenidas mediante DFT pueden usarse c/u por separado o ser combinadas por ej. para recrear la forma de onda original.

Sea una señal $v(t)$ periódica de período T (o que se asume periódica) que es muestreada, a la que se le aplica una ventana deslizante que coincide con su período.

La DFT de $v(t)$ es
$$V_h = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} v_n e^{-jn \frac{2\pi h}{N}}$$

Siendo

V el fasor a calcular (por comodidad los fasores se notarán V y no \bar{V})

h el orden del armónico ($h = 0$ es la DC, $h = 1$ es la fundamental, etc.)

N el n° de muestras de la ventana (ventana de N muestras)

n la n -ésima muestra de la ventana ($n = 0 \dots N - 1$)

v el valor instantáneo (muestra) de la magnitud medida $v(t)$ (tensión en este caso)

para cada armónico h , la DFT calcula el fasor V_h , o sea que se determina o estima la componente h

$v_h(t) = A_h \cos(\omega_h t + \phi_h)$ de la señal original $v(t)$, lo que también puede expresarse como

$v_h(t) = a_h \cos \omega_h t - b_h \sin \omega_h t$ siendo $a_h = A_h \cos \phi_h$, $b_h = A_h \sin \phi_h$, $\omega_h = \frac{2\pi h}{T}$

Entonces

- $|V_h|$ es la estimación de A_h (valor de pico) y
- $\arg(V_h)$ es la estimación de ϕ_h (la fase)

de la componente (armónico) h de la señal.

Implementación de la DFT.

Recordando que $K e^{-j\varphi} = K (\cos\varphi - j \sin\varphi) = P_R + jP_I$

la parte real y parte imaginaria del fasor del armónico h (V_h) son entonces:

$$\left[P_R(V_h) = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} v_n \cos\left(\frac{2\pi n h}{N}\right) \right] \quad \left[P_I(V_h) = -\frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} v_n \sin\left(\frac{2\pi n h}{N}\right) \right] \quad V_h = P_R(V_h) + j P_I(V_h)$$

o su amplitud (valor de pico) y argumento son: $|V_h| = \sqrt{P_R(V_h)^2 + P_I(V_h)^2}$ $\phi_h = \arctg \frac{P_I(V_h)}{P_R(V_h)}$

NOTA: para $h=0$ (DC) los coeficientes no son $\frac{2}{N}$ sino $\frac{1}{N}$. Para cualquier $h \geq 1$ sí son $\frac{2}{N}$.

La componente h de la señal $v(t)$ se podría reconstruir a partir de la DFT como:

$$\boxed{v_h(t) = |V_h| \cos(\omega_h t + \phi_h)} \text{ o sea } v_h(t) = |V_h| \cos \phi_h \cos(\omega_h t) - |V_h| \sin \phi_h \sin(\omega_h t) \text{ o sea}$$

$$\boxed{v_h(t) = P_R(V_h) \cos(\omega_h t) - P_I(V_h) \sin(\omega_h t)}$$

NOTA. ¿POR QUÉ SE USA DFT?

¿Por qué la DFT del armónico h de una señal $v(t)$ es un muy buen estimador de la componente

$$v_h(t) = A_h \cos(\omega_h t + \phi_h) = a_h \cos(\omega_h t) + b_h \sin(\omega_h t) \text{ de dicha señal } v(t)?$$

Se muestra a continuación.

Se parte del hecho de que la Serie de Fourier (análisis armónico)

$$\boxed{v(t) \approx \frac{a_0}{2} + \sum_{h=1}^{\infty} a_h \cos\left(\frac{2\pi h}{T} t\right) + \sum_{h=1}^{\infty} b_h \sin\left(\frac{2\pi h}{T} t\right)}$$

es la mejor aproximación (*) de una función $v(t)$ periódica e integrable en el período

si los coeficientes son: $\boxed{a_h = \frac{2}{T} \int_0^T v(t) \cos\left(\frac{2\pi h}{T} t\right) dt}$ y $\boxed{b_h = \frac{2}{T} \int_0^T v(t) \sin\left(\frac{2\pi h}{T} t\right) dt}$

(*) Menor error cuadrático medio; método de los mínimos cuadrados.

Integrando de forma aproximada en los coeficientes a_h y b_h (dividiendo el período T en N partes iguales ($n = 0, \dots, N-1$) para usar la fórmula de los trapecios) y considerando una cantidad finita r de términos de la serie, se obtienen las fórmulas de Bessel (análisis armónico aproximado) como la mejor aproximación (*) de la función $v(t)$.

Las fórmulas de Bessel son:

$$\boxed{v(t) \approx \frac{a_0}{2} + \sum_{h=1}^r a_h \cos\left(\frac{2\pi h}{T} t\right) + \sum_{h=1}^r b_h \sin\left(\frac{2\pi h}{T} t\right)}$$

siendo $\boxed{r < \frac{N}{2}}$ y los coeficientes $\boxed{a_h = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} v_n \cos\left(\frac{2\pi n h}{N}\right)}$ y $\boxed{b_h = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} v_n \sin\left(\frac{2\pi n h}{N}\right)}$

Ahora extraemos de la fórmula de Bessel solamente la señal de una frecuencia dada (o sea un cierto armónico h)

$$\boxed{v_h(t) \approx a_h \cos\left(\frac{2\pi h}{T} t\right) + b_h \sin\left(\frac{2\pi h}{T} t\right)}$$

que también se puede expresar (usando trigonometría) como

$$\underline{v_h(t) \approx A_h \cos(\omega_h t + \phi_h)} \quad \text{siendo } A_h = \sqrt{a_h^2 + b_h^2}, \quad \phi_h = \text{arctg} \frac{b_h}{a_h} \quad \text{y} \quad \omega_h = \frac{2\pi h}{T}.$$

Comparando los coeficientes a_h y b_h de las fórmulas de Bessel con las fórmulas de DFT:

$$\boxed{P_R(V_h) = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} v_n \cos\left(\frac{2\pi n h}{N}\right)} \quad \boxed{P_I(V_h) = -\frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} v_n \sin\left(\frac{2\pi n h}{N}\right)}$$

se concluye que:

$$\boxed{a_h = P_R(V_h)} \quad \text{y} \quad \boxed{b_h = -P_I(V_h)}$$

Esto justifica entonces el uso de DFT para extraer de una señal periódica una componente fasorial (sinusoidal) de una frecuencia o armónico dado.

Para obtener el fasor de cada h (DC, fundamental o armónico), la aplicación de la DFT consiste en:

- 1) Obtener $v_n \times \cos\left(\frac{2\pi n h}{N}\right)$ y $v_n \times \sin\left(\frac{2\pi n h}{N}\right)$, o sea el valor instantáneo de la magnitud medida en cada instante muestreado n (v_n), multiplicado o ponderado por el peso o coeficiente correspondiente a esa muestra de la ventana.
- 2) Sumar los valores de las N muestras ponderadas para obtener las partes real e imaginaria del fasor: $P_R(V_h) = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} v_n \cos\left(\frac{2\pi n h}{N}\right)$ y $P_I(V_h) = -\frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} v_n \sin\left(\frac{2\pi n h}{N}\right)$
- 3) Obtener el valor de pico y ángulo del fasor (a partir de sus partes real e imaginaria).

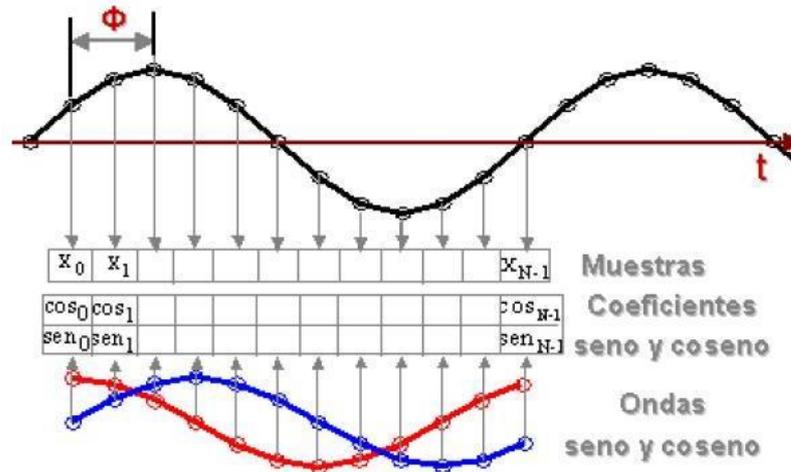
$$|V_h| = \sqrt{P_R(V_h)^2 + j P_I(V_h)^2} \quad y \quad \phi_h = \arctg \frac{P_I(V_h)}{P_R(V_h)}$$

Generalmente los fasores se expresan como su valor eficaz (en vez de su valor de pico) y su ángulo. Ese valor eficaz es $|V_h|/\sqrt{2}$. En estos apuntes se continuará usando valor de pico.

EJEMPLO.

En la figura siguiente se muestra la aplicación de la DFT a una señal.

Para poder ver fácilmente la fase, se dibujó como ejemplo una señal $v(t) = A \cos(\omega t + \phi)$ cosinusoidal (gráfica en color negro); pero recordar que la DFT se utiliza para cualquier señal cuyo período coincide con el largo de la ventana (o es múltiplo de ella).



En la figura anterior se muestra el paso 1) antes descrito, solamente para la fundamental ($h = 1$) y ventana de $N = 12$:

- las muestras de la señal medida ($X_n = v_n$) (puntos de la señal en negro),
- los coeficientes $\cos_n = \cos\left(\frac{2\pi n h}{N}\right)$ y $\text{sen}_n = \sin\left(\frac{2\pi n h}{N}\right)$ (en este ejemplo $h = 1$) en forma gráfica (son los puntos unidos por las líneas roja y azul respectivamente), y
- la fase ϕ del fasor V_h , que se mide entre la muestra correspondiente al coeficiente $\cos_0 = \cos\left(\frac{2\pi \cdot 0 \cdot h}{N}\right) = 1$ (la primera muestra de la ventana) y el pico positivo de la señal.

Recordar que el fasor V_h a obtener con la DFT se corresponde con la componente

$v_h(t) = A_h \cos(\omega_h t + \phi_h)$ de la señal $v(t)$; $h = 1$ en este ejemplo.

En el caso particular del ejemplo de la figura anterior, la señal original $v(t)$ es sinusoidal de frecuencia fundamental, por lo que ella y la señal obtenida $v_1(t)$ son iguales (ambas son la forma de onda dibujada de color negro). ($v_1(t)$ es la señal obtenida a partir de la reconstrucción con DFT del fasor V_1).

Si en este ejemplo la señal original $v(t)$ hubiese tenido algún armónico, la señal $v_1(t)$ sería también una senoide pura (señal obtenida a partir de la reconstrucción con DFT del fasor V_1).

Esto es así pues los coeficientes $\cos_n = \cos\left(\frac{2\pi n h}{N}\right)$ y $\sin_n = \sin\left(\frac{2\pi n h}{N}\right)$ (recordar

$h = 1$ en este ejemplo) se “encargan” de ponderar de tal forma a las muestras v_n de la señal

$v(t)$, que al hacer las sumatorias $\frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \dots$ de todos los valores ponderados el efecto de los armónicos se anula.

La ponderación del efecto del armónico en unas muestras, se contrarrestará con la ponderación del efecto del armónico de otras muestras, teniendo un efecto neto nulo (salvo que haya aliasing).

Es sencillo ver lo antedicho dibujando una señal que sea un armónico par o impar (2 o 3), tomando las N muestras v_n de esa señal armónica $v(t)$, aplicándoles los coeficientes de ponderación correspondientes (para $h = 1$) y haciendo las sumas.

Para este curso se ha creado una planilla electrónica que permite mostrar ejemplos de lo antedicho (anulación de armónicos) y de aliasing.

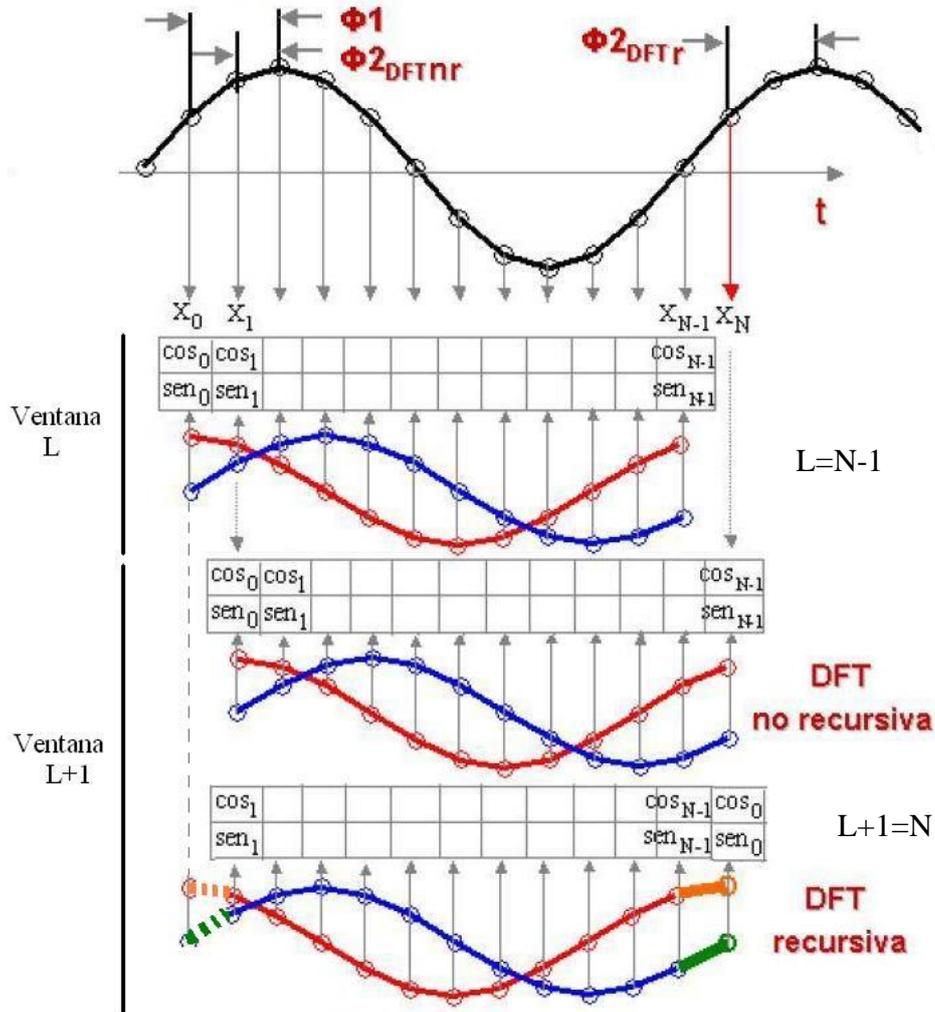
La ventaja de la DFT es que se puede obtener solamente la fundamental de la señal, e ignorar todos los armónicos y DC.

Y que también se puede obtener (separar) cada armónico individualmente (se usa por ej. 2° y 5° armónico para implementar restricción por armónicos en protecciones diferenciales, la DC, etc.).

En las protecciones numéricas los N coeficientes $\cos_n = \cos\left(\frac{2\pi n h}{N}\right)$ y $\sin_n = \sin\left(\frac{2\pi n h}{N}\right)$

no deben ser calculados en cada instante n ni en cada nueva ventana, sino que ya están pre-calculados para todos los h (armónicos de interés que precisen los algoritmos) y pre-cargados en memoria no volátil en fábrica. Entonces esos valores pre-calculados se utilizan en cada ventana. Recordar que N es un dato (el tamaño de la ventana), $n = 0 \dots N - 1$, y h son los armónicos de interés del fabricante.

La DFT se puede implementar con algoritmos: DFT no recursivo o DFT recursivo.



Para explicaciones posteriores en 2.6.6.1.1.1 y 2.6.6.1.1.2 que refieren a esta figura $L=N-1$ y $L+1=N$

Fase.

Para los estudios posteriores, recordar que la referencia de ángulos o de la fase ϕ_h de una cosinusoide $v_h(t) = A_h \cos(\omega_h t + \phi_h)$ puede verse en la gráfica $v_h(t)$ de alguna de las dos maneras siguientes:

Método 1 (es el más común):

- El origen de la referencia es el origen de los ángulos y de los tiempos: $\omega_h t = 0 \Leftrightarrow t = 0$,
- La fase se mide hasta el pico positivo de la señal cosinusoidal, instante en que $v_h(t) = \cos(0) = 1$.
- En la gráfica de $v_h(t)$, el sentido de las fases positivas es hacia la izquierda, o sea el sentido contrario al de los tiempos positivos o crecientes, $\cos(\omega_h t + \phi_h) = 1 \Rightarrow \omega_h t + \phi_h \Rightarrow \text{si } t > 0, \phi_h < 0$

Método 2 (alternativo):

- El origen de la referencia es el pico positivo de la señal cosinusoidal,
- las fases positivas son en el sentido de los tiempos positivos o crecientes.
- la fase se mide hasta el origen de los ángulos (o los tiempos).

Por ej. en la figura anterior las tres fases indicadas son menores que 2π y de signo negativo.

2.6.6.1.1.1. DFT no recursivo

Esta forma de implementar la DFT consiste en aplicar directamente las ecuaciones ya vistas:

$$P_R(V_h) = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} v_n \cos\left(\frac{2\pi n h}{N}\right) \quad P_I(V_h) = -\frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} v_n \sin\left(\frac{2\pi n h}{N}\right)$$

(parte real y parte imaginaria) para obtener el valor de pico y fase del fasor V_h , tal como se explicó anteriormente.

En toda ventana, siempre se multiplica $X_n = v_n$ por su correspondiente $\cos_n = \cos\left(\frac{2\pi n h}{N}\right)$ (los de igual índice n).

En particular la muestra más vieja de la ventana: $X_0 = v_0$ se multiplica siempre por $\cos_0 = 1$ (la referencia de ángulos es el inicio de la ventana, o sea el inicio de cada ventana).

Para calcular P_R o P_I para cada ventana el procesador debe realizar N productos y $(N-1)$ sumas.

Fase.

Como se ve en la figura anterior (que es un caso particular en que la señal $v(t)$ es cosinusoidal), pese a que la señal original $v(t) = A \cos(\omega t + \phi)$ tiene fase ϕ constante, la fase de la señal reconstruida $v_h(t) = \cos(\omega_h t + \phi_h)$ varía ventana a ventana.

El origen de los ángulos (fase) se corresponde con la muestra cuyo coeficiente es

$\cos_0 = \cos\left(\frac{2\pi \cdot 0 \cdot h}{N}\right) = 1$, que en la DFT no recursiva siempre es la primera muestra de cualquier ventana ($n = 0$).

En la figura anterior la fase es $\Phi_1 < 0$ en la primera ventana (L), y $\Phi_{2_{DFT NR}} < 0$ en la siguiente ventana ($L+1$). Véase que $|\Phi_{2_{DFT NR}}| < |\Phi_1|$.

O sea que el fasor de una señal estacionaria no queda fijo en la DFT no recursiva, sino que se adelanta (aumenta) un ángulo $\frac{2\pi h}{N}$ en cada nueva ventana.

Por ej. para la fundamental ($h = 1$) de 50 Hz, el fasor gira 2π (360°) en 20 ms (1 período), pues N muestras corresponden a 1 período (la DFT es de 1 ciclo - ventana de 1 ciclo).

Esto es lógico e intuitivo, pues la señal es estacionaria y el origen de tiempos de cada ventana de DTF no recursiva es su inicio ($n=0$), por lo que el "origen de tiempos" se adelanta (el origen de fase se adelanta) ventana a ventana.

Este corrimiento no afecta cálculos que sean cocientes, como $\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}}$

Este corrimiento se corrige o anula si es necesario para implementar las funciones de protección, restando el mismo ángulo $\frac{2\pi h}{N}$ con el avance de cada ventana, de manera que el fasor quede fijo para una señal de entrada invariante.

2.6.6.1.1.2. DFT recursivo

- Como se vio, el fasor calculado por DFT (no recursivo) como $V_h = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} v_n e^{-jn \frac{2\pi h}{N}}$ es un fasor que gira $\frac{2\pi h}{N}$ por cada nueva ventana.
- Para dejarlo estacionario se lo retrasaba un ángulo $\frac{2\pi h}{N}$ (se multiplica V_h por $e^{-j \frac{2\pi h}{N}}$ cada avance de la ventana).

Veamos el cálculo de DFT recursivo, que tiene ventajas computacionales y calcula un fasor estacionario.

Sea \tilde{V}_h el fasor estacionario (con su avance eliminado).

Hay un origen en que el fasor V_h tiene el defasaje correcto ($\tilde{V}_h = V_h$)

Una fasor correspondiente a una ventana genérica terminada en el instante L (ventana L), se puede

expresar como
$$V_h^L = \frac{2}{N} \sum_{n=L-N+1}^L v_n e^{-j(n-L+N-1) \frac{2\pi h}{N}}$$

(surge de aplicar a la fórmula conocida $V_h = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} v_n e^{-jn \frac{2\pi h}{N}}$ el cambio de variable $L = N - 1$).

Se toma el origen en el momento en que $\tilde{V}_h = V_h$ como la primer ventana: $\tilde{V}_h^N = V_h^N$

Entonces en una ventana L cualquiera, el fasor debió ser retrasado un ángulo $(L - N) \frac{2\pi h}{N}$ para dejarlo estacionario.

$$(L - N) \frac{2\pi h}{N} = L \frac{2\pi h}{N} - N \frac{2\pi h}{N} = L \frac{2\pi h}{N} - 2\pi = L \frac{2\pi h}{N} \text{ pues } h \text{ es un } n^\circ \text{ natural.}$$

Entonces el fasor estacionario para una ventana L cualquiera es $\tilde{V}_h^L = e^{-jL \frac{2\pi h}{N}} V_h^L$ pues

$$\tilde{V}_h^L = e^{-jL \frac{2\pi h}{N}} \times \frac{2}{N} \sum_{n=L-N+1}^L v_n e^{-j(n-L+N-1) \frac{2\pi h}{N}} = \frac{2}{N} \sum_{n=L-N+1}^L v_n e^{-j(n-L+N-1) \frac{2\pi h}{N}} e^{-jL \frac{2\pi h}{N}} = \frac{2}{N} \sum_{n=L-N+1}^L v_n e^{-j(n-1+N) \frac{2\pi h}{N}}$$

La ecuación del fasor estacionario de la ventana terminada en la muestra L es entonces

$$\tilde{V}_h^L = \frac{2}{N} \sum_{n=L-N+1}^L v_n e^{-j(n-1+N) \frac{2\pi h}{N}}$$

Trabajando con la ecuación (sumando y restando adecuadamente):

$$\begin{aligned} \tilde{V}_h^L \frac{N}{2} &= \sum_{n=L-N+1}^L v_n e^{-j(n-1+N) \frac{2\pi h}{N}} = \\ &= v_{L-N+1} e^{-jL \frac{2\pi h}{N}} + \sum_{n=L-N+2}^L v_n e^{-j(n-1+N) \frac{2\pi h}{N}} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= v_{L-N+1} e^{-jL \frac{2\pi h}{N}} + \sum_{n=L-N+2}^L v_n e^{-j(n-1+N) \frac{2\pi h}{N}} + v_{L+1} e^{-j(L+N) \frac{2\pi h}{N}} - v_{L+1} e^{-j(L+N) \frac{2\pi h}{N}} = \\
&= v_{L-N+1} e^{-jL \frac{2\pi h}{N}} + \sum_{n=L-N+2}^{L+1} v_n e^{-j(n-1+N) \frac{2\pi h}{N}} - v_{L+1} e^{-j(L+N) \frac{2\pi h}{N}} = \\
&= v_{L-N+1} e^{-jL \frac{2\pi h}{N}} + \tilde{V}_h^{L+1} \frac{N}{2} - v_{L+1} e^{-j(L+N) \frac{2\pi h}{N}}
\end{aligned}$$

Entonces

$$\tilde{V}_h^L \frac{N}{2} = v_{L-N+1} e^{-jL \frac{2\pi h}{N}} + \tilde{V}_h^{L+1} \frac{N}{2} - v_{L+1} e^{-j(L+N) \frac{2\pi h}{N}}$$

Resultando $\tilde{V}_h^{L+1} = \tilde{V}_h^L - \frac{2}{N} v_{L-N+1} e^{-jL \frac{2\pi h}{N}} + \frac{2}{N} v_{L+1} e^{-j(L+N) \frac{2\pi h}{N}}$ el fasor calculado en la ventana $L+1$.

$$\text{Como } \tilde{V}_h^L = \frac{2}{N} \sum_{n=L-N+1}^L v_n e^{-j(n-1+N) \frac{2\pi h}{N}} \quad \text{y} \quad \tilde{V}_h^{L+1} = \frac{2}{N} \sum_{n=L-N+2}^{L+1} v_n e^{-j(n-1+N) \frac{2\pi h}{N}}$$

y considerando la figura anterior, se ve que:

- $\frac{2}{N} v_{L-N+1} e^{-jL \frac{2\pi h}{N}}$ es el primer sumando de \tilde{V}_h^L (corresponde a la muestra más vieja de la ventana L),
- $\frac{2}{N} v_{L+1} e^{-j(L+N) \frac{2\pi h}{N}}$ es el último sumando de \tilde{V}_h^{L+1} (corresponde a la última muestra de la ventana L+1).

De esta manera para calcular \tilde{V}_h^{L+1} se pueden reutilizar N-1 productos de los N de la ventana anterior \tilde{V}_h^L (por lo que no hay que re-calcularlos); y se debe calcular 1 nuevo producto. Luego se suman los N productos.

Otra alternativa es, en vez de reutilizar los N-1 productos de \tilde{V}_h^L , utilizar directamente \tilde{V}_h^L y recalculer 1 producto ya calculado ($\frac{2}{N} v_{L-N+1} e^{-jL \frac{2\pi h}{N}}$) para restarlo a \tilde{V}_h^L .

Sobre el final de este capítulo se verá que la fórmula de \tilde{V}_h^{L+1} queda más simple aún.

Conclusión. el fasor estacionario de la ventana $L+1$ (\tilde{V}_h^{L+1}) es:

- El fasor estacionario de la ventana L (\tilde{V}_h^L),
- Menos el valor ponderado correspondiente a la muestra más vieja de la ventana L del fasor hecho estacionario,
- Más el valor ponderado correspondiente a la muestra más reciente de la ventana $L+1$ del fasor hecho estacionario.

Esto se puede apreciar claramente y gráficamente en la figura anterior (tramos naranja y verde de DFT recursiva).

Fase.

En la figura anterior la fase es $\Phi_1 < 0$ en la primer ventana y $\Phi_{2_{DFT R}} < 0$ en la siguiente ventana. Son defasajes iguales $\Phi_1 = \Phi_{2_{DFT R}}$ (el fasor calculado por DFT recursiva es estacionario).

Como ya se había dicho, el origen de los ángulos (fase) se corresponde con la muestra cuyo coeficiente es $\cos_0 = \cos\left(\frac{2\pi \cdot 0 \cdot h}{N}\right) = 1$. Pero en el caso de la DFT recursiva dicha muestra no es necesariamente la primer muestra de la ventana, sino que en cada nueva ventana la ubicación del coeficiente $\cos_0 = 1$ “se retrasa un lugar respecto de la nueva ventana” pero “permanece fijo respecto del tiempo (fijo en la gráfica)”. Es entonces de esta manera que la DFT recursiva corrige o anula el adelanto de fase que el cálculo de DFT (DFT no recursiva) produce ventana a ventana.

Volviendo a la fórmula del fasor, se verá que puede simplificarse algo más aún.

$$e^{-j(L+N)\frac{2\pi h}{N}} = e^{-jL\frac{2\pi h}{N}} \text{ pues } e^{-j(L+N)\frac{2\pi h}{N}} = e^{-jL\frac{2\pi h}{N}} e^{-j2\pi h} = e^{-jL\frac{2\pi h}{N}} \text{ y } h \text{ es un n}^\circ \text{ natural.}$$

Así que ambas muestras v_{L-N+1} y v_{L+1} son multiplicadas por el mismo coeficiente de ponderación.

Entonces el fasor calculado en la ventana $L + 1$ es
$$\tilde{V}_h^{L+1} = \tilde{V}_h^L + \frac{2}{N}(v_{L+1} - v_{L-N+1})e^{-jL\frac{2\pi h}{N}}$$

La cuenta de la parte real o la parte imaginaria del fasor requiere para cada nueva ventana solamente 1 suma, 2 productos y 2 sumas (considérese seno y coseno en vez de la exponencial). Nótese que para calcular DFT recursivo se requieren muchas menos cuantas que en el DFT no recursivo. El algoritmo DFT recursivo es más eficiente computacionalmente.

2.6.6.1.2. DFT de medio ciclo.

Se utilizan también las fórmulas de DFT pero para ventanas de 1/2 período de la frecuencia fundamental.

Estrictamente no es una DFT (*Discret Fourier Transform*) o SDF (Serie Discreta de Fourier), pues la ventana no abarca todo el período de la señal (recordar el comienzo del capítulo 2.6.6.1.1).

Pese a ello la “DFT de 1/2 ciclo” funciona bien y es un algoritmo más rápido que el DFT (que precisa 1 ciclo o más para calcular el fasor). Su respuesta en frecuencia no es tan buena como la de DFT; por ej. no rechaza la componente de continua (DC).

Por ser rápido es un buen algoritmo para detectar defectos, no tanto para localizarlos precisamente. Como ya se mencionó en 2.6.4, un filtro FIR de menos de 1 ciclo (por ej. de 1/2 ciclo) no puede rechazar todos los armónicos. Por ello los algoritmos para calcular fasores con ventana de menos de 1 ciclo son más imprecisos.

Sean N las muestras en la ventana de 1/2 ciclo. La fórmula para “DFT de 1/2 ciclo” recursivo es

$$\tilde{V}_h^{L+1} = \tilde{V}_h^L - \frac{2}{N} v_{L-N+1} e^{-jL\frac{\pi h}{N}} + \frac{2}{N} v_{L+1} e^{-j(L+N)\frac{\pi h}{N}} \quad (\text{surge de realizar el mismo razonamiento que en}$$

2.6.6.1.1.2, pero utilizando $\frac{\pi}{N}$ en vez de $\frac{2\pi}{N}$ como el ángulo entre muestras consecutivas).

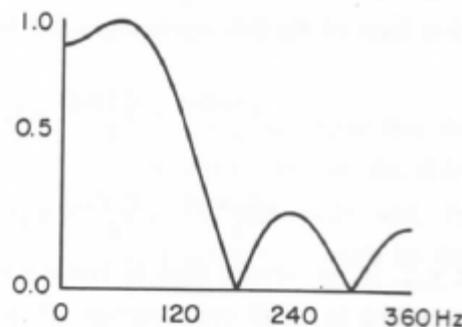
Si h (armónico) es par, $e^{-j(L+N)\frac{\pi h}{N}} = e^{-jL\frac{\pi h}{N}}$ y la fórmula es $\tilde{V}_h^{L+1} = \tilde{V}_h^L + \frac{2}{N} (v_{L+1} - v_{L-N+1}) e^{-jL\frac{\pi h}{N}}$

Si h (armónico) es impar, $e^{-j(L+N)\frac{\pi h}{N}} = e^{+jL\frac{\pi h}{N}}$ y la fórmula es $\tilde{V}_h^{L+1} = \tilde{V}_h^L + \frac{2}{N} (v_{L+1} + v_{L-N+1}) e^{-jL\frac{\pi h}{N}}$

por ej. para la frecuencia fundamental.

En la figura siguiente se muestra la respuesta en frecuencia del filtro “DFT de 1/2 ciclo” para la fundamental, con ventana de 12 muestras y fundamental de 60 Hz.

Nótese como no rechaza adecuadamente la DC, 2°, 4° armónicos, etc. (armónicos pares).

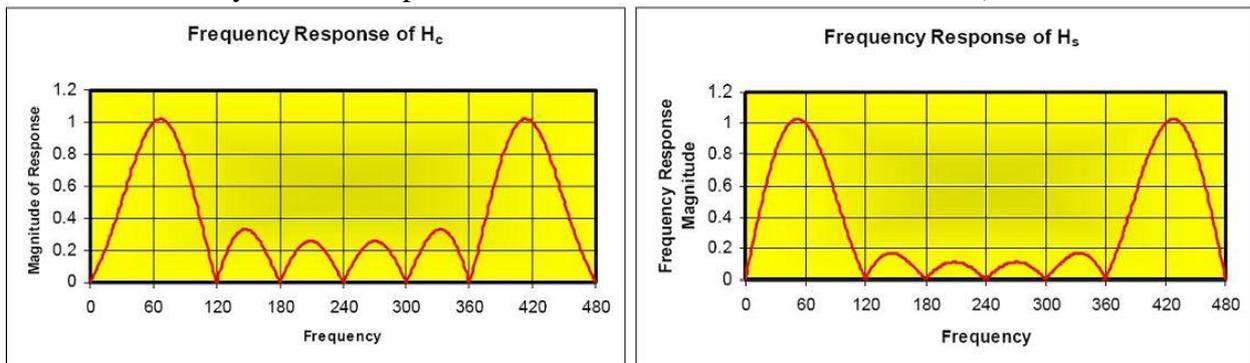


2.6.6.1.3. Filtro coseno.

Como se verá en este capítulo, se puede usar solamente un filtro coseno para estimar un fasor.

- Filtro coseno = $P_R(V_h) = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} v_n \cos\left(\frac{2\pi n h}{N}\right)$ (parte real de la DFT),
cuya respuesta en frecuencia es H_c de la figura siguiente.
- Filtro seno = $P_I(V_h) = -\frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} v_n \sin\left(\frac{2\pi n h}{N}\right)$ (parte imaginaria de la DFT),
cuya respuesta en frecuencia es H_s de la figura siguiente.

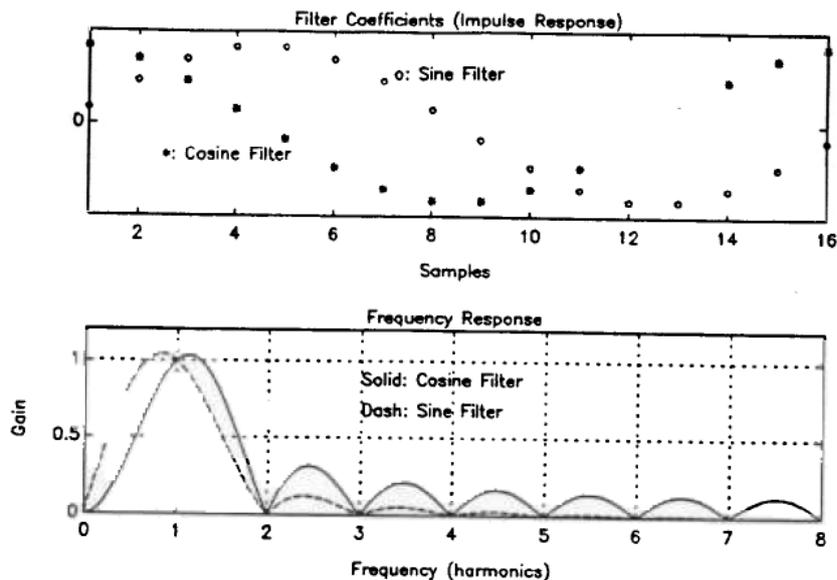
Se muestra la respuesta en frecuencia H_c y H_s de los filtros coseno y seno respectivamente (para ventana de 1 ciclo y 8 muestras por ciclo de la frecuencia fundamental 60 Hz).



Considerando la forma de la respuesta en frecuencia (magnitud y pendientes) se ve que:

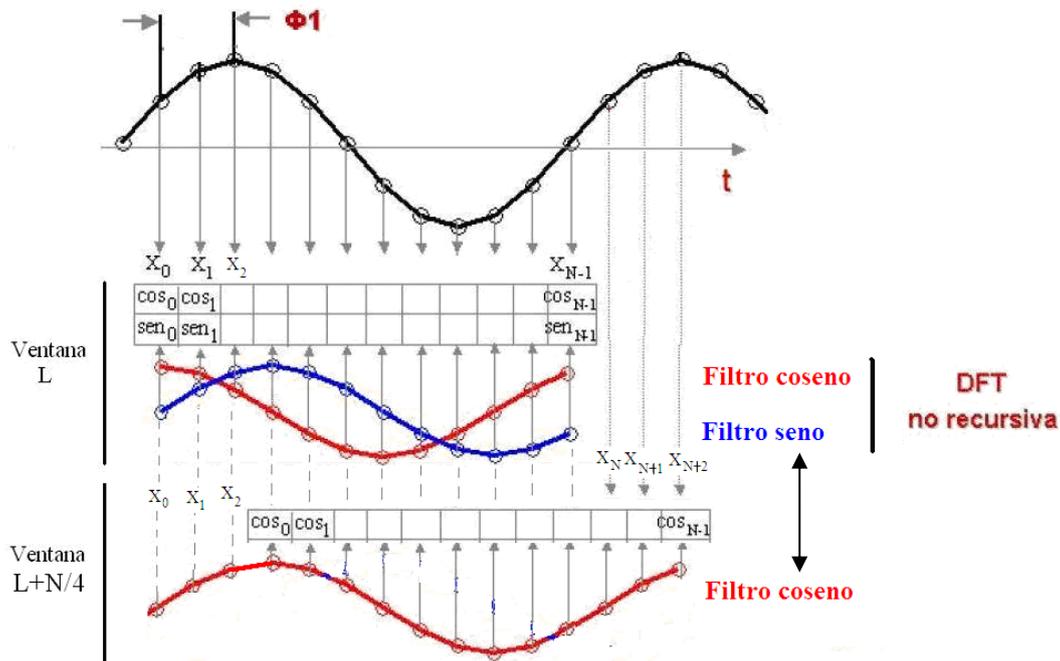
- El filtro seno suprime mejor los armónicos (amplitud menor de los picos inter-armónicos)
- El filtro coseno suprime mejor la DC o el decaimiento exponencial (menor pendiente cerca de $f=0$)

En la figura siguiente se muestra la respuesta al impulso (los coeficientes del FIR) y la respuesta en frecuencia, de los filtros coseno y seno de 1 ciclo y 16 muestras/ciclo.



Nótese que los coeficientes (salida al impulso) forman coseno y seno (como cuando se analizó la DFT en capítulos anteriores).

Como se verá, para obtener los fasores no se precisan ambos filtros (seno y coseno, que es lo que hace la DFT).



Recordar que $\text{sen}(\alpha) = \cos(\alpha - 90^\circ) = \cos(\alpha - \frac{\pi}{2})$

En la figura anterior esto se ve en que la senoide azul de la ventana L y la cosenoide roja de la ventana $L + N/4$ son iguales. ($N/4 \leftrightarrow 90^\circ$ en la ventana de 1 ciclo).

Veamos por qué $P_I^L(V_h) = P_R^{L+N/4}(V_h)$ si la señal es realmente periódica (no cambia).

(si la señal no es exactamente periódica: $P_I^L(V_h) \approx P_R^{L+N/4}(V_h)$)

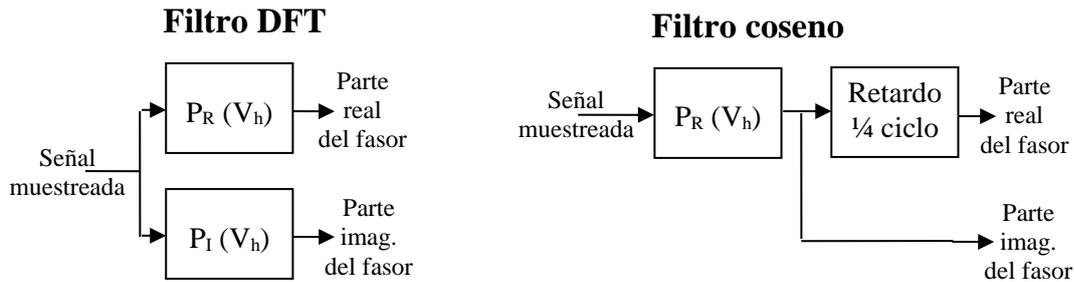
En el ejemplo de la figura anterior $N/4=3$ (pues $N=12$).

Entonces:

Ventana L	=	Ventana L+3	
X_0	=	X_N	y entonces
sen_0	=	cos_{N-3}	
$X_0 \text{sen}_0$	=	$X_N \text{cos}_{N-3}$	hasta
$X_1 \text{sen}_1$	=	$X_{N+1} \text{cos}_{N-2}$	
$X_2 \text{sen}_2$	=	$X_{N+2} \text{cos}_{N-1}$	
$X_3 \text{sen}_3$	=	$X_3 \text{cos}_0$	
$X_4 \text{sen}_4$	=	$X_4 \text{cos}_1$	
$X_{N-1} \text{sen}_{N-1}$	=	$X_{N-1} \text{cos}_{N-4}$	

Entonces se puede usar solamente un filtro coseno para estimar el fasor con una ventana de 1 ciclo.

- La salida del filtro coseno de la ventana L es la parte real $P_R^L(V_h)$ del fasor.
- La salida del filtro coseno $1/4$ de ciclo después (ventana $L + N/4$) corresponde a la parte imaginaria $P_I^L(V_h) = P_R^{L+N/4}(V_h)$.



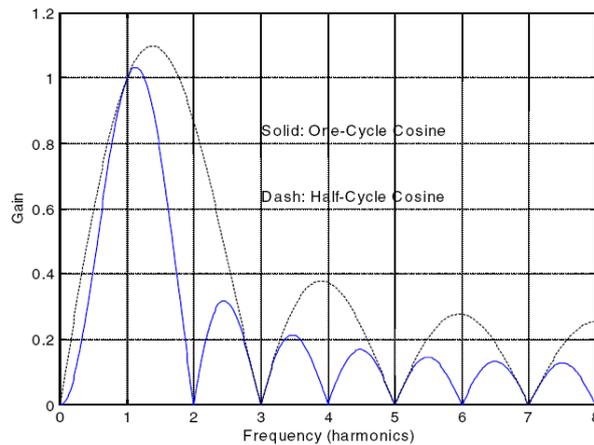
O sea que la estimación de fasores usando filtro coseno se obtiene $\frac{1}{4}$ de ciclo después que DFT la estimación mediante DFT.

El fasor L

- que en la DFT se calcula en la ventana L ,
- en el filtro coseno se calcula usando datos de 2 ventanas: comienza a calcularse en la ventana L y se termina de calcular recién en la ventana $L + N/4$.

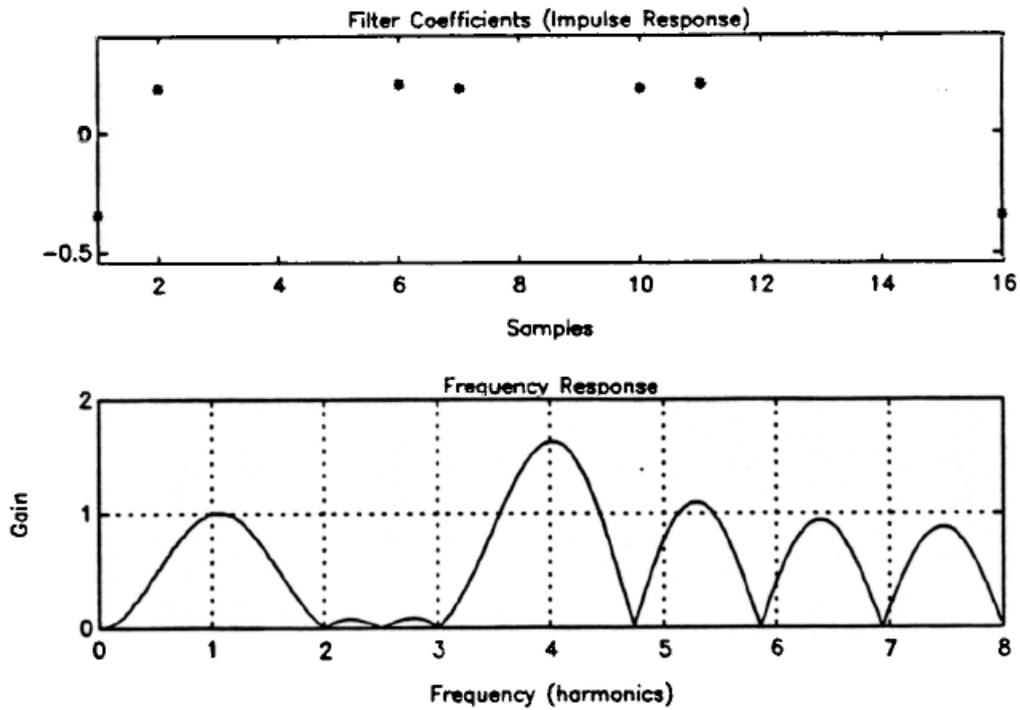
Pero la estimación con filtro coseno es más insensible a la DC que la DFT. Por lo que en la práctica y en algunos casos el filtro coseno puede llegar a ser efectivamente más rápido que el filtro DFT.

Véase el ejemplo siguiente de la respuesta en frecuencia de filtros coseno de 1 ciclo y de $\frac{1}{2}$ ciclo.



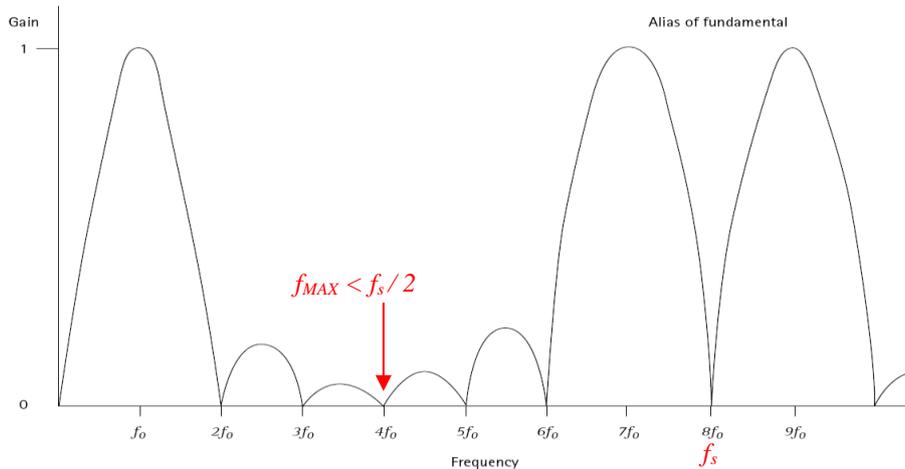
2.6.6.1.4. Mínimos cuadrados.

En la figura siguiente se muestra la respuesta al impulso (coeficientes del FIR) y la respuesta en frecuencia de un filtro de mínimos cuadrados de 1 ciclo y 16 muestras/ciclo.



Usando el método de mínimos cuadrados, se pueden estimar los valores de continua de la exponencial decreciente, y las amplitudes y fases de la fundamental y los armónicos que se desee. Escapa a este curso desarrollar el tema del algoritmo de mínimos cuadrados.

2.6.6.2. Aliasing en el dominio de la frecuencia. Respuesta del FIR.



En la figura anterior (transferencia de un filtro FIR) se ve el aliasing en la respuesta en frecuencia. Recordar que f es alias de $(f - f_s)$.

Para una frecuencia de muestreo $f_s = 8f_0$ (8 muestras por ciclo de la fundamental):

- $f = 9f_0$ es alias de $f_0 = (9f_0 - 8f_0)$.

También producen alias los armónicos 7, 15, 17, etc.

- $7f_0$ es alias de $-f_0$
- $15f_0$ es alias de $7f_0$ que a su vez es alias de $-f_0$
- $17f_0$ es alias de $9f_0$ que a su vez es alias de f_0

Como ya se vio en 2.4, se debe cumplir $f_s > 2f_{MÁX}$ entonces $f_{MÁX} < \frac{8}{2}f_0 = 4f_0$.

El filtro pasabajo anti-aliasing para muestreo a 8 muestras por ciclo de la fundamental, debe recortar a partir del 4 armónico inclusive.

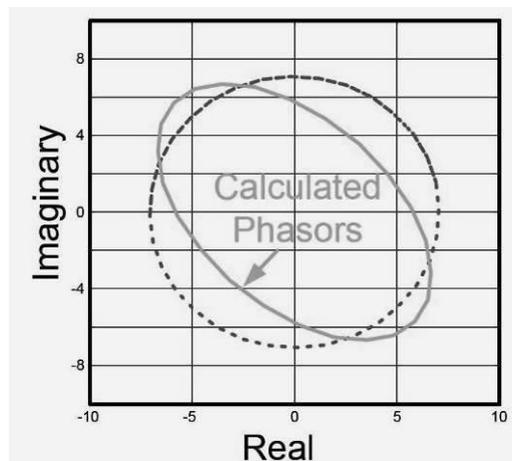
2.6.6.3. Efectos de frecuencias distintas de la nominal en los relés numéricos.

Muchos relés numéricos muestrean las señales a frecuencia constante f_s .

En estos tipos de protecciones numéricas, si la frecuencia del sistema eléctrico no es exactamente la frecuencia nominal, se producen distorsiones en los fasores calculados, tanto en amplitud como en ángulo.

En la siguiente figura se muestra en el plano complejo el comportamiento de un fador calculado con DFT no recursiva sin corrección de fase.

Como se vio en 2.6.6.1.1 dada una señal periódica de frecuencia nominal, su fador calculado de la fundamental es de amplitud constante y gira adelantándose un ángulo $\frac{2\pi}{N}$ en cada nueva ventana, completando un giro de 360° (2π) luego de N ventanas móviles (en 20 ms para el fador de la fundamental $f_0 = 50\text{Hz}$). Corresponde al círculo de la siguiente figura.



Pero si la frecuencia de la señal no es la nominal $f \neq f_0$, su período no corresponde exactamente con el tamaño de la ventana.

Recordar que una hipótesis de la DFT es que la señal es periódica. Entonces se asume que lo que se ve en una ventana dada, se repite en el futuro y en el pasado.

Por ello si la señal es una senoide $v(t) = \cos(2\pi ft + \phi)$ con $f \neq f_0$, la DFT no “ve” una senoide sino una señal periódica formada por tramos sinusoidales del “tamaño” de la ventana, pero con discontinuidades pues el tramo sinusoidal tiene período $1/f$ y la ventana tiene un tamaño $1/f_0$.

En ese caso, el fador calculado con DFT no recursiva sin corrección de fase no describe un círculo sino una forma parecida a una elipse, como se muestra en la figura anterior. La amplitud del fador va variando en la secuencia de ventanas móviles.

Esto es un error en la estimación de la amplitud del fador, debido a que la señal medida no es de frecuencia nominal f_0 . También hay error en la estimación de la fase del fador.

Ese error se produce porque la DFT asume que la señal que procesa está compuesta por la frecuencia fundamental (y armónicos de esa frecuencia), siendo el período de esa frecuencia fundamental asumida (no necesariamente la real de la señal) del tamaño de la ventana o un submúltiplo del tamaño de la ventana.

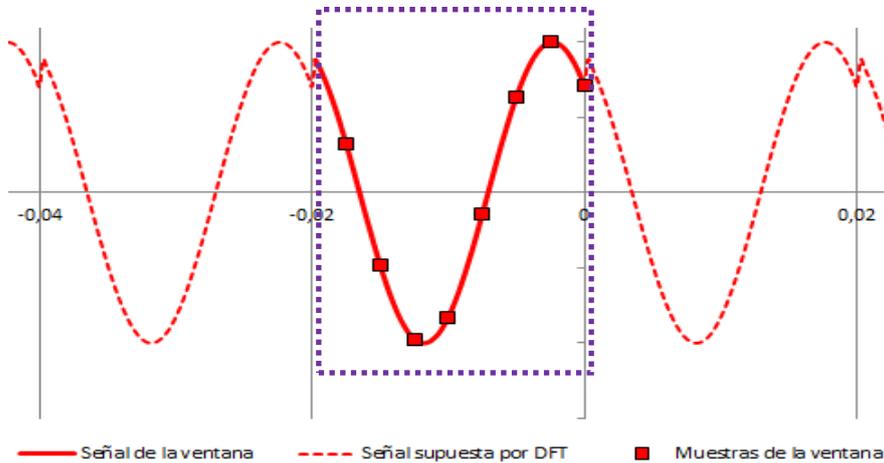
Ejemplo.

En las siguientes figuras se ve una señal de 53 Hz muestreada cada 2,5 ms (o sea a una tasa fija de 8 veces por ciclo de la fundamental nominal 50 Hz).

La ventana es de tamaño fijo: 1 ciclo de la fundamental nominal (20 ms).

La DFT no recursiva asume periodicidad a partir de lo medido en la ventana, por lo que la señal considerada por la DFT es de frecuencia fundamental 50 Hz (período 20 ms), como muestran las siguientes figuras.

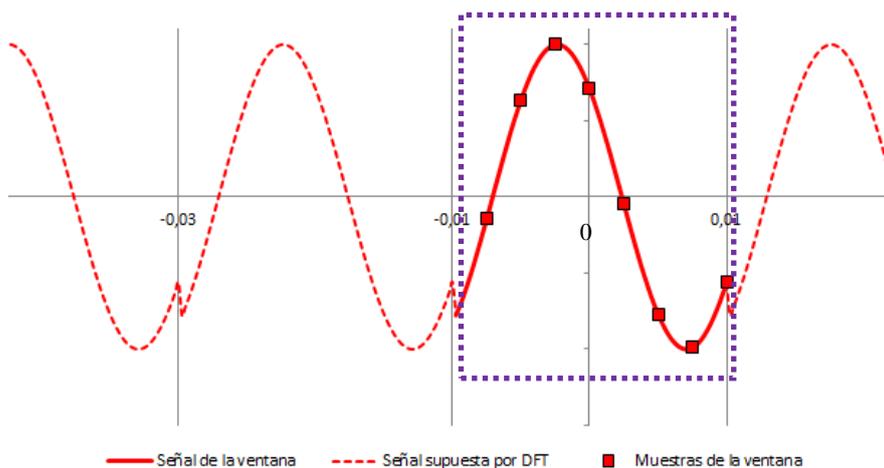
La siguiente figura corresponde a la ventana que termina en el instante 0 s (o sea la ventana que toma 8 muestras entre el instante -0,0175 s y el instante 0 s).



por lo que DFT no recursiva estima el fasor de la fundamental de esa señal, que es periódica exactamente de 50 Hz pues así “construye” la señal la DFT a partir de lo medido en la ventana.

A medida que la ventana va avanzando “sobre la señal” de 53 Hz (o sea que la señal transcurre en el tiempo), la señal “vista” por cada ventana es otra, por lo que el fasor estimado mediante DFT no recursiva va variando.

En la siguiente figura se muestra la ventana 10 ms posterior a la de la figura anterior; la ventana que termina en el instante 0,01 s (o sea la ventana que toma 8 muestras entre el instante -0,0075 s y el instante 0,01 s).



Se ve claramente que la señal (periódica) que supone la DFT de esta segunda figura (otra ventana) es distinta a la de la primera figura.

Entonces el fasor estimado mediante DFT no recursiva (por ej. la fundamental) va variando (pues la forma de onda supuesta es distinta).

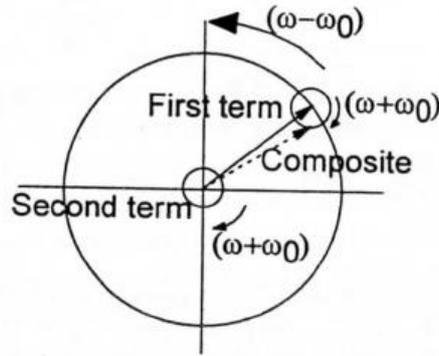
Puede verse también el efecto de la frecuencia de la señal en el plano complejo, pero para la DFT no recursiva con corrección de fase (o para DFT recursiva), que como se vio en 2.6.6.1.1.1 cuando

el período de la señal coincide con la ventana, el fasor no gira, permaneciendo fijo en el plano complejo durante la secuencia de ventanas móviles.

Pero si la frecuencia f de la señal no es la nominal f_0 , su período $T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$ no corresponde

exactamente con el tamaño de la ventana $T_0 = \frac{1}{f_0} = \frac{2\pi}{\omega_0}$.

En ese caso sucede lo que se muestra en la figura siguiente (plano complejo).



El fasor calculado es la superposición (composición) de dos términos, uno de velocidad angular $\omega - \omega_0$ y otro de velocidad angular $\omega + \omega_0$ y amplitud mucho menor, como se muestra en la figura.

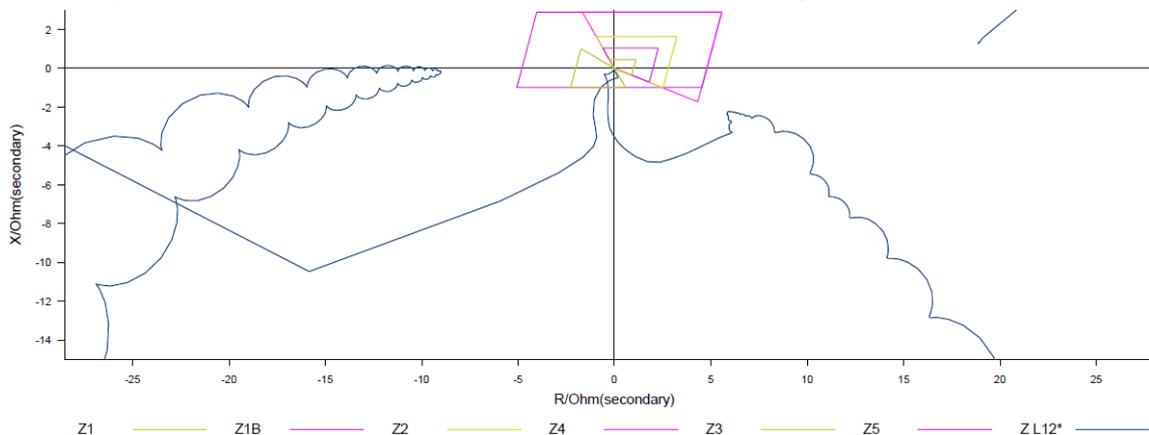
En dicho plano complejo el fasor calculado desarrolla una trayectoria como un “rulo”, de amplitud acotada entre dos círculos centrados en el origen (no dibujados).

Por ej. si $f_0 = 50Hz$ y la frecuencia real de la señal es $f = 51Hz$, $\omega - \omega_0 = 2\pi(51 - 50) = 2\pi$ o sea da 1 giro completo en la figura anterior en 1 segundo.

El “enrulado” tiene una velocidad de giro $\omega + \omega_0 = 2\pi(51 + 50) = 202\pi$ o sea 101 giros por segundo.

Un ejemplo de magnitudes de frecuencia distinta de la nominal son las oscilaciones de potencia en un el sistema eléctrico.

La frecuencia de las tensiones y corrientes varía lentamente, lo que es visto en el plano de impedancias por un relé de distancia con frecuencia de muestreo f_s fija de la siguiente manera:



Esos “bucles” que se ven en la trayectoria de la impedancia vista por el relé durante las oscilaciones de potencia duran aprox. 10 ms entre picos.

Corresponden a la “elipse” vista en la primer figura de este capítulo, que se recorría toda en aprox. 20 ms.

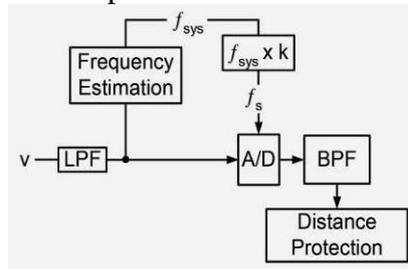
Corresponden también a la componente de giro rápido de la segunda figura de este capítulo.

$$\frac{2\pi}{\omega + \omega_0} = \frac{1}{f + f_0} \text{ que en el ejemplo numérico es } \frac{1}{51 + 50} = 10.1 \text{ ms}$$

Este problema con el cálculo de los fasores de frecuencia distinta de la nominal puede evitarse o disminuirse midiendo la frecuencia de la señal y corrigiendo el muestreo de manera que efectivamente se muestree a una tasa constante de muestras por ciclo, más allá de que el período de la señal varíe.

Algunas protecciones numéricas usan esa técnica, logrando que los fasores de señales periódicas den como resultado de su cálculo fasores de amplitud y fase fijas.

Se muestra el diagrama de bloques correspondiente:



Si se corrige la frecuencia de muestreo de la señal de manera que la tasa de muestras por ciclo sea constante, también se debe corregir la frecuencia de corte del filtro antialiasing.

Hay otras técnicas para resolver el problema de las señales de frecuencia distinta a la nominal, como: filtrado de módulo y argumento, Smart DFT (SDFT), muestreo asíncrono.

2.6.6.4. Algoritmos en el dominio del tiempo.

No calculan fasores.

Se realiza la estimación de los parámetros eléctricos del equipo protegido a partir de las ecuaciones diferenciales de su modelo y de las muestras obtenidas de las señales V e I.

Se utilizan para protección de línea y transformador.

Se usa también para localizar la faltas en una línea (distancia a la falta), lo que no es estrictamente una función de protección, pero si una función incorporada en las protecciones de línea.

Por ej. se modela la línea protegida como un circuito RL cuya ecuación diferencial es

$v(t) = R i(t) + L \frac{di(t)}{dt}$. Se integra la ecuación por el método trapezoidal u otro y con los datos de solo 3 muestras consecutivas se estiman los valores de R y L vistos por el relé de protección.

Escapa a este curso desarrollar el tema de los algoritmos en el dominio del tiempo.

2.6.6.5. Algoritmos de onda viajera.

Una perturbación eléctrica se propaga como una onda viajera en las líneas de trasmisión. Este fenómeno puede utilizarse con propósitos de protección y localización de faltas.

Por ej. en una línea hay protecciones con algoritmo de onda viajera en ambos extremos.

Ambos relés tienen sus relojes sincronizados a la misma hora.

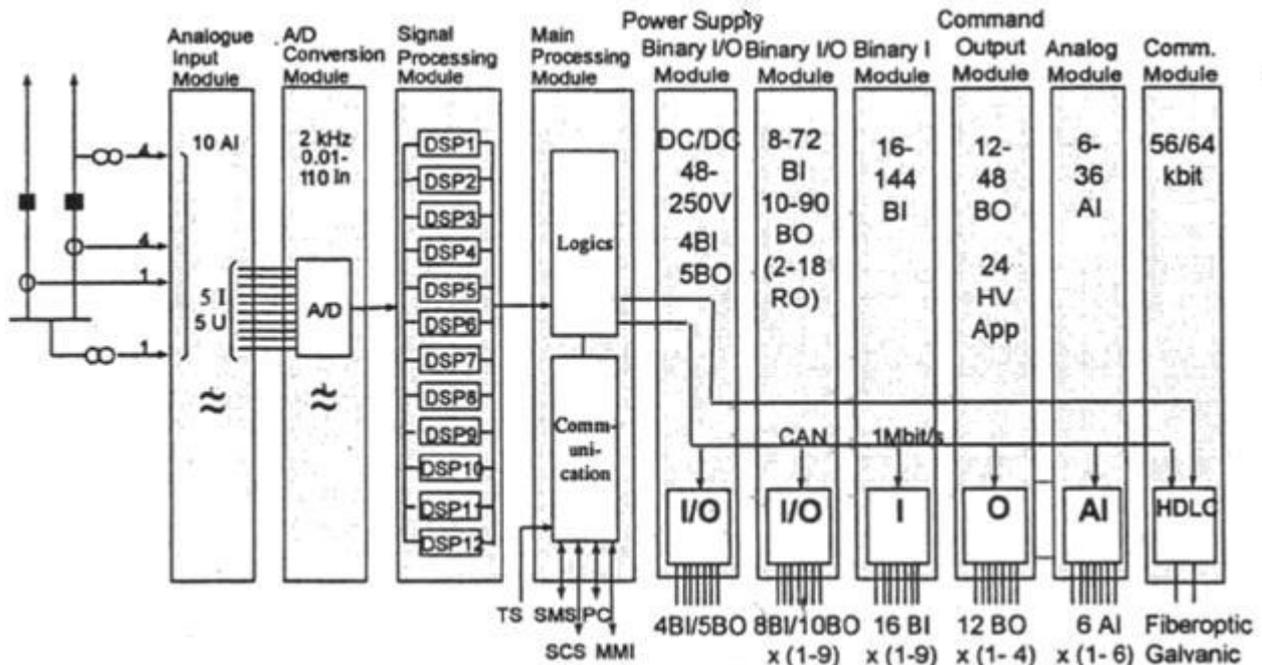
Cada uno mide el instante en que le llega el frente de la onda viajera producida por un cortocircuito en la línea, y cada relé intercambia su información con el relé en el otro extremo de la línea.

Con esos datos ambos relés determinan la ubicación del cortocircuito.

Escapa a este curso desarrollar el tema de los algoritmos de onda viajera.

3. ARQUITECTURA DE HARDWARE Y SOFTWARE Y DETALLES DE ALGORITMOS DE RELÉS NUMÉRICOS.

3.1. RELÉ DE LÍNEA (21/87L/67, ETC.) DE 1999.



Filtro antialiasing:

- $f_c = 500\text{Hz}$ de primer orden.

Convertor A/D:

- 10 entradas analógicas muestreadas a $f_s = 2\text{kHz}$ (40 muestras por ciclo)
- Ancho de banda: 250 Hz
- Resolución: convertor A/D de 12 bits, aumentado a 16 bits en las corrientes mediante manejo dinámico del rango (2 shunts/canal).

DSPs:

- 12 DSPs
- Desarrollan los algoritmos de protección trabajando en paralelo.
- Se baja el muestreo a $f_s = 1\text{kHz}$ (20 muestras por ciclo, o sea muestreado cada 1 ms).
- Incorporan un filtro numérico (otro antialiasing) con $f_c = 250\text{Hz}$

Procesador central:

- Procesador de 32 bits.
- Recibe los resultados de los algoritmos de los DSPs cada 1 ms.
- Da las órdenes, maneja las comunicaciones, E/S, etc.

Lógicas:

- De protección: ciclo de 6 ms.
- De automatización (control): ciclo de 200 ms.

Otro modelo de la misma época y fabricante tiene lógicas cuyo refresco puede ser cada 5, 10 o 20 ms (seleccionable).

3.2. RELÉ DE LÍNEA (21/67, ETC.) DE 2005.

Filtro antialiasing:

- Pre-filtrado $f_c = 3kHz$ para la oscilografía.
- Antialiasing digital para muestreo de protección

Muestreo:

- V_s y I_s muestreadas a $f_s = 2kHz$ para oscilografía (40 muestras por ciclo, o sea cada 0,5 ms aprox.)
- Bajada a 8 muestras por ciclo para protección $f_s = 400Hz$
- Muestreo adaptado a la frecuencia real de las tensiones medidas (8 muestras por ciclo).
- Señales digitales muestreadas a $f_s = 8kHz$ para oscilografía (160 muestras por ciclo, o sea cada 0,125 ms aprox.).

Convertor A/D:

- Resolución de 16 bits

Lógicas:

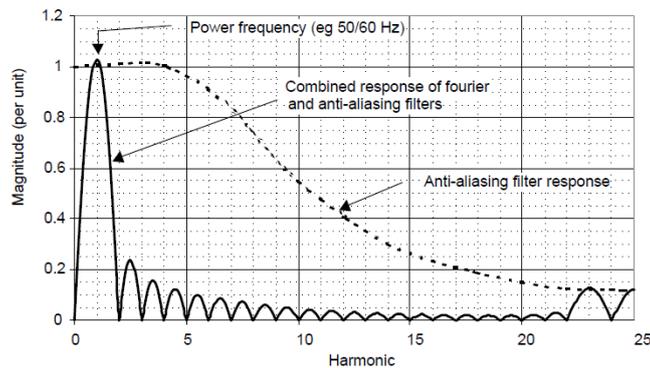
- De protección: 8 veces por ciclo (ciclo de 2,5 ms aprox.).
- De automatización (control): ciclo de entre 8 y 20 ms (baja prioridad; el ciclo depende de las actividades más prioritarias).

Algoritmos:

- Filtro coseno de 1 ciclo. Funciona bien pues la frecuencia de muestreo está adaptada a la frecuencia de la señal (8 muestras por ciclo).
- DFT (Digital Fourier Transform) de $\frac{1}{2}$ ciclo (responde entre 3 y 10 ms; menos preciso)

3.3. RELÉ MULTIFUNCIÓN DE GENERADOR DE 2014.

Filtro antialiasing:



Muestreo, multiplexado y conversión A/D:

- Multiplexado de 16 canales
- Muestreo a 24 muestras / ciclo de la frecuencia real (frequency tracking).
- Resolución: conversor A/D de 16 bits

Procesador central:

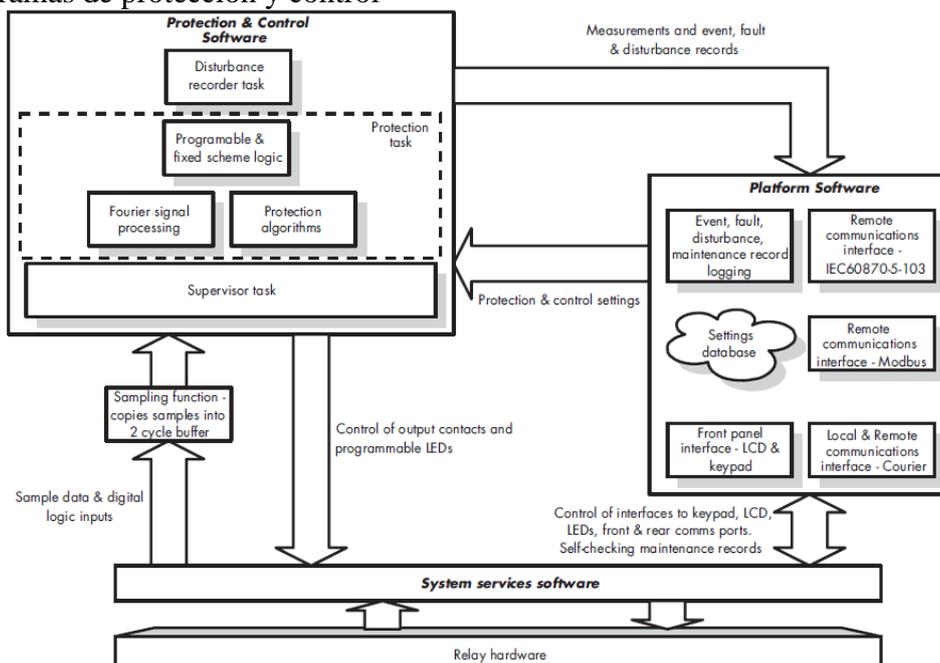
- DSP de 32 bits y 150 MHz (trabajando a 75 MHz).

Algoritmos:

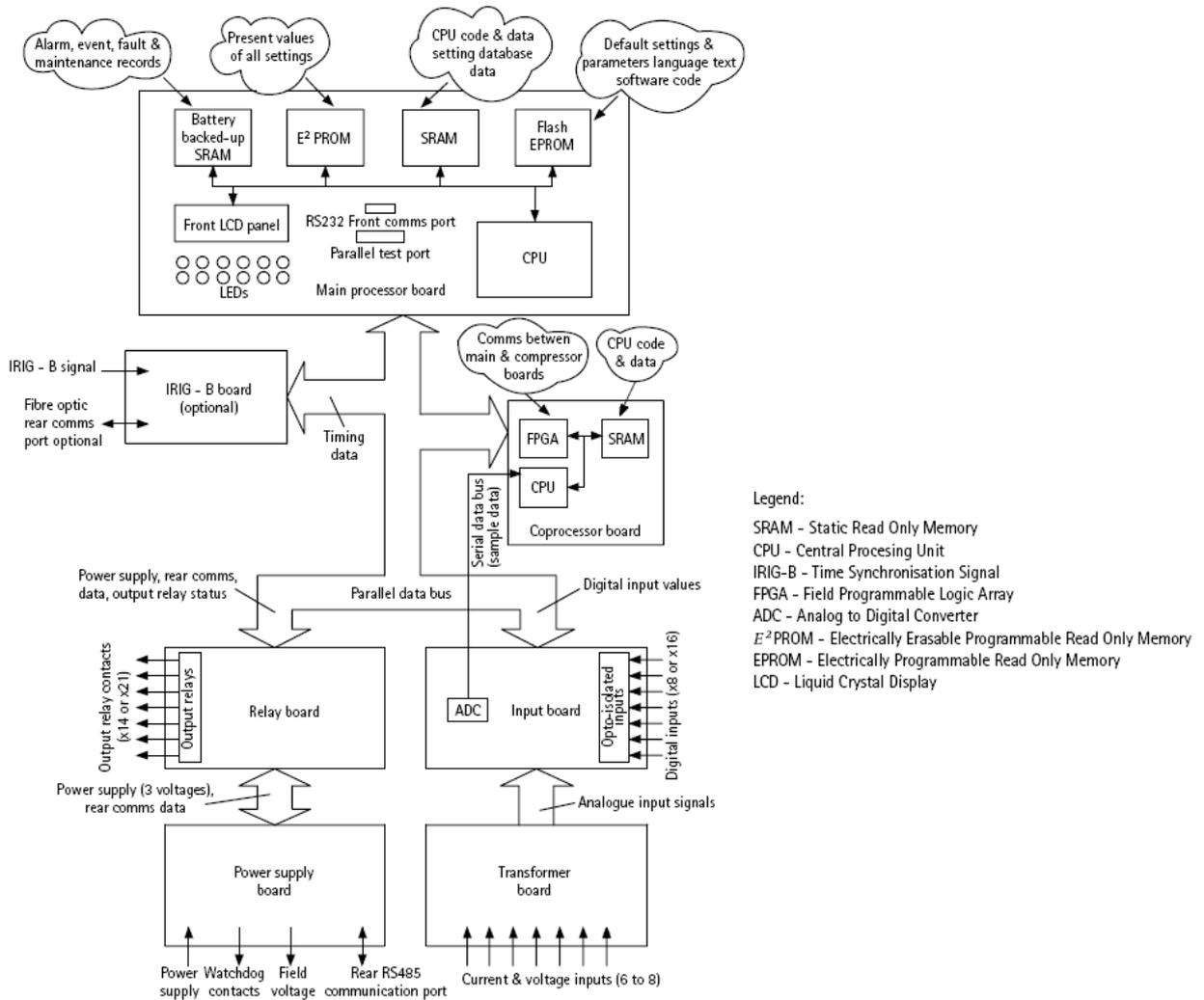
- DFT (Digital Fourier Transform) de 1 ciclo
- y DFT de $\frac{1}{2}$ ciclo y $\frac{1}{4}$ ciclo si la señal es “limpia”

La siguiente figura se muestra la estructura de software de este relé, que cuenta con cuatro secciones:

- Sistema operativo en tiempo real,
- Programa de servicios del sistema (interfase entre el hardware y el resto del software)
- Programa de plataforma o base (guardar los ajustes, interfase entre ajustes y puertos de comunicación, control de los eventos, alarmas, registros)
- Programas de protección y control



La siguiente figura se muestra la arquitectura de hardware, en que se ven los módulos del relé, los flujos de información, los usos de los distintos tipos de memoria, ...



4. **BIBLIOGRAFÍA Y FIGURAS:**

- Understanding microprocessor-based technology applied to relaying. Power System Relaying Committee. Report of Working Group I-01 of the Relaying Practices Subcommittee (IEEE) January 2009
- Computer Relaying for Power Systems. Arun G. Phadke, James S. Thorp.
- Manuales, papers y cursos de fabricantes de protecciones.
- Fundamentos de la medición de sincrofasores. Roberto Cimadevilla, ZIV P+C (XIII ERIAC, CIGRE)
- Procesamiento Digital de la Información para Sistemas Eléctricos de Potencia. Jorge L. Alonso. IIE-FING-UdelaR.
- Advancements in Microprocessor Based Protection and Communication. IEEE Tutorial Course 97TP120-0.
- Network Protection & Automation Guide (NPAG), ALSTOM (2002 y 2011).
- Protective Relaying Theory and Applications, W. A. Elmore.
- Power System Relaying. Stanley H. Horowitz, Arun G. Phadke.
- Wikipedia <http://en.wikipedia.org/> <http://es.wikipedia.org/>
- Manual de Matemáticas para Ingenieros y Estudiantes. I. Bronshtein, K. Semendiaev.